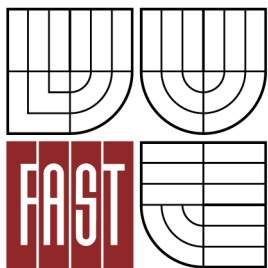




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ  
ÚSTAV VODNÍCH STAVEB

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF WATER STRUCTURES

# NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ V BEZPEČNOSTNÍCH OBJEKTECH MALÝCH VODNÍCH NÁDRŽÍ

NUMERICAL MODELLING OF FLOW OVER SPILLWAY IN SMALL DAMS

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. JAKUB VANĚK

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

doc. Ing. JAN JANDORA, Ph.D.

BRNO 2012



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

<b>Studijní program</b>	N3607 Stavební inženýrství
<b>Typ studijního programu</b>	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
<b>Studijní obor</b>	3607T027 Vodní hospodářství a vodní stavby
<b>Pracoviště</b>	Ústav vodních staveb

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

<b>Diplomant</b>	Bc. Jakub Vaněk
<b>Název</b>	Numerické modelování proudění v bezpečnostních objektech malých vodních nádrží
<b>Vedoucí diplomové práce</b>	doc. Ing. Jan Jandora, Ph.D.
<b>Datum zadání diplomové práce</b>	31. 3. 2011
<b>Datum odevzdání diplomové práce</b>	13. 1. 2012
V Brně dne 31. 3. 2011	

.....  
prof. Ing. Jan Šulc, CSc.  
Vedoucí ústavu

.....  
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

### **Podklady a literatura**

Boor, B., Kunštátský, J., Patočka, C. 1968. Hydraulika pro vodohospodářské stavby. SNTL, Praha.  
Čihák, F., Valenta, P., Vaněček, S., Zeman, E. 1991. Automatizace inženýrských úloh. ČVUT, Praha.  
Kolář, V., Patočka, C., Bém, J. 1983. Hydraulika. SNTL/ALFA, Praha.  
Rodi W. 1980. Turbulence models and their application in hydraulics. International Association for hydraulic research, state-of-the-art paper, Delft.  
Jandora, J. 2008. Matematické modelování ve vodním hospodářství. VUT v Brně.

### **Zásady pro vypracování**

V práci bude provedena rešerše literatury týkající se problému numerického modelování přepadu vody přes bezpečnostní přelivy vodních nádrží. Poté bude následovat vlastní modelování dokonalého přepadu vody přes vybrané typy bezpečnostních přelivů. K řešení bude použito dostupných programů na Ústavu vodních staveb.

### **Předepsané přílohy**

Diplomová práce bude obsahovat:

- A. Úvodní část
- B. Účel a popis práce
- C. Matematický popis problému
- D. Výsledky modelování
- E. Závěrečné zhodnocení

Licenční smlouva o zveřejňování vysokoškolských kvalifikačních prací

.....  
doc. Ing. Jan Jandora, Ph.D.  
Vedoucí diplomové práce

# **Abstrakt finálního díla**

## **Anotace**

Předložená diplomová práce se zabývá numerickým modelováním proudění v bezpečnostních objektech malých vodních nádrží. Jedná se o prořešení kapacity a to čelního přelivu a přelivu typu „kachní zobák“.

Jednotlivé čelní přelivy jsou nejprve modelovány pomocí numerických simulací (CFD) v programu Ansys. Hydraulicky složitější přeliv typu „Kachní zobák“ byl modelován v programu Flow-3D. Získané výsledky součinitele přepadu jsou porovnány s údaji v odborné literatuře.

## **Anotation**

The master's thesis deals with the numerical modeling of flow in the emergency spillways of small dams. It is solved the flow rate capacity of a weir and of spillway called „duckbill-type“.

Sharp crested weirs and long crested weirs are modeled using numerical simulations in ANSYS. Hydraulically complex spillway called „duckbill-type“ was modeled in the Flow-3D. The results of the discharge coefficients are compared with data in the hydraulic literature.

## **Klíčová slova**

Přeliv, součinitel přepadu, numerické modelování, CFD

## **Key words**

Spillway, discharge coefficient, numericals models, computational fluid dynamics (CFD)

### **Bibliografická citace VŠKP**

VANĚK, Jakub. *Numerické modelování proudění v bezpečnostních objektech malých vodních nádrží : diplomová práce*. Brno, 2012. 54 s. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební. Ústav vodních staveb. Vedoucí diplomové práce JAN JANDORA.

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně, a že jsem uvedl všechny použité, informační zdroje.

V Brně dne 13.01.2012

.....

podpis autora

Tímto bych chtěl poděkovat panu doc. Ing. Janu Jandorovi, Ph.D., vedoucímu diplomové práce, za čas, který mi věnoval, za jeho cenné rady a připomínky, které mi dopomohly k vytvoření této diplomové práce. Děkuji také Ing. Tomáši Studníčkovi, za rady a doporučení při práci na 3D modelu s využitím softwaru Flow 3D.

## Obsah:

1. Úvod.....	9
2. Problematika bezpečnostních přelivů .....	10
2.1 Terminologie .....	10
2.2 Typy a vlastnosti modelovaných přelivů .....	10
2.2.1 Ostrohranný přeliv .....	11
2.2.2 Jezové přelivy.....	11
2.2.3 Přepad přes širokou korunu.....	12
2.2.4 Přepad přes kašnový přeliv .....	12
2.3 Přepadová rovnice .....	14
2.3.1 Součinitel přepadu.....	14
3. Matematické modelování.....	15
3.1 Metody matematického modelování.....	16
3.2 Numerické metody .....	16
3.2.1 Metoda sítí (metoda konečných diferencí).....	16
3.2.2 Metoda konečných prvků.....	17
3.2.2 Metoda konečných objemů .....	17
4. Computational Fluid Dynamics .....	18
4.1 Vícefázové proudění - metoda Volume of Fluid.....	19
4.2 Navier-Stokesovy rovnice.....	19
4.3 Reynoldsovy rovnice.....	20
4.4 Turbulentní modely .....	21
4.5 Výpočet pomocí turbulentního $k-\varepsilon$ modelu ve 3D .....	22
5. 2D model proudění o volné hladině - ANSYS.....	25
5.1 Zadání výpočtu do programu .....	25
5.2 Simulované proudění přes jednotlivé přelivy .....	27
5.3 Zpracování výsledků simulace .....	29
5.4 Výpočet součinitele přepadu .....	31
6. FLOW - 3D, proudění o volné hladině ve 3D .....	33
6.1 Popis problému a cíle modelu .....	33
6.2 Model ve FLOW-3D .....	33
6.2.1 Specifikace úlohy .....	34
6.2.2 Vytvoření geometrie konstrukce .....	34
6.2.3 Vytvoření výpočetní oblasti .....	35
6.2.4 Stanovení okrajových podmínek.....	38
6.2.5 Nastavení vlastností vstupní kapaliny.....	39
6.2.6 Aktivace požadovaných fyzikálních modulů.....	41
6.2.7 Spuštění simulace.....	45
6.2.8 Analýza výsledků simulace.....	45
6.3 Výpočet součinitele přepadu ze získaných výsledků .....	48
7. Závěrečné zhodnocení.....	50
8. Seznam použité literatury:.....	51
8.1 Použitý software:.....	51
9. Seznam použitých obrázků: .....	52
10. Symbolika: .....	53



# 1. Úvod

Jen v České republice existuje kolem 20 000 malých vodních nádrží, převážně historických rybníků. Tyto nádrže jsou rozmístěny v různých morfologických, klimatických a hydrologických podmínkách.

Hráze, funkční a bezpečnostní objekty malých vodních děl, jsou v různém technickém stavu a postupně dochází k jejich rekonstrukci. Zejména se navyšuje kapacita bezpečnostních objektů.

Na kapacitu bezpečnostního přelivu mají zásadní vliv geometrické rozměry (délka a tvar přelivné hrany, tvar nátoku). Stěžejní veličinou, která ovlivňuje průtok (kapacitu), je součinitel přepadu. Až do nedávné doby byl součinitel přepadu stanovován pouze hydraulickým výzkumem na fyzikálních modelech. S rozvojem výpočetní techniky, se zlepšujícími možnostmi softwaru a s ohledem na finanční náročnost fyzikálních modelů, dochází ke stále častější aplikaci numerických simulací při navrhování parametrů vodních děl.

Cílem práce je s využitím vhodného a dostupného softwaru, na základě určení součinitele přepadu, proěřit kapacitu čelního přelivu a přelivu typu „kachní zobák“

Práci jsem rozdělil do následujících celků:

- popis řešených bezpečnostních objektů
- problematiku modelování a matematický popis problému.
- modelování proudění o volné hladině ve 2D modelu
- modelování proudění o volné hladině hydraulicky složitější konstrukce ve 3D modelu
- závěrečné zhodnocení a porovnání výsledků s údaji v odborné literatuře

Při modelování jsem využíval dostupných programů na Ústavu vodních staveb. Pro 2D modelování program Ansys, se kterým jsem se setkal již při bakalářské práci a následně na magisterském studiu. Pro 3D modelování mi byl doporučen na školu nově zakoupený program FLOW-3D. V závěru práce porovnávám výsledky získané z provedených simulací s údaji v odborné literatuře a posuzuji vhodnost použitých metod řešení.

## 2. Problematika bezpečnostních přelivů

Bezpečnostní přeliv u malých vodních nádrží plní pojistnou funkci, a zajišťuje neškodné převedení povodňových průtoků přes profil hráze do koryta pod ní.

### 2.1 Terminologie

#### **Přepad**

Je fyzikální jev při kterém kapalina vytéká otvorem nahoře otevřeným nebo otvorem, v němž hladina nedosahuje k jeho hornímu obrysu

#### **Přeliv**

Konstrukce, přes kterou voda přepadá

#### **Přelivná hrana, koruna přelivu**

Nejvyšší část přelivu

#### **Přepadový paprsek**

Přepadající proud vody

### 2.2 Typy a vlastnosti modelovaných přelivů

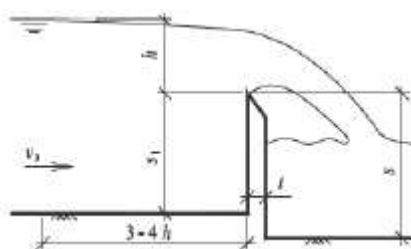
Na proudění přes přeliv má zásadní vliv tvar a tloušťka přelivné stěny. Při modelování jsem u všech typů čelních přelivů uvažoval obdélníkový příčný průřez. Při zachování stejné úrovně hladiny jsem měnil pouze jeho tloušťku, a z měnícího se průtoku získaného na základě rychlosti proudění jsem z rovnice přepadu (2.1) dopočítával součinitel přepadu.

**Podle tloušťky přelivné stěny modelované přelivy spadají do následujících kategorií:**

### 2.2.1 Ostrohranný přeliv

Přepad přes ostrou hranu nastává, je-li tloušťka přelivné stěny  $t < 0,66 h$ , kde  $h$  je přepadová výška (výška přepadového paprsku), což je převýšení hladiny nad nejnižším místem předivné hrany. [Jandora, Šulc 2006]

Ostrohranný přeliv je tvarově jednoznačný a experimentálně nejlépe ověřitelný a ověřený. Používají se zejména pro měření průtoků. Jako vzdouvací objekt je staticky nevhodný

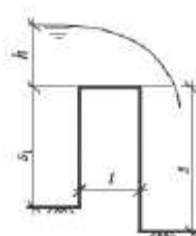


**Obr.2.1** Ostrohranný přeliv [Jandora, Šulc 2006]

### 2.2.2 Jezové přelivy

Jezy jsou pevné nebo pohyblivé konstrukce, kterými se vzdouvá voda v korytě toku k různým vodohospodářským účelům.

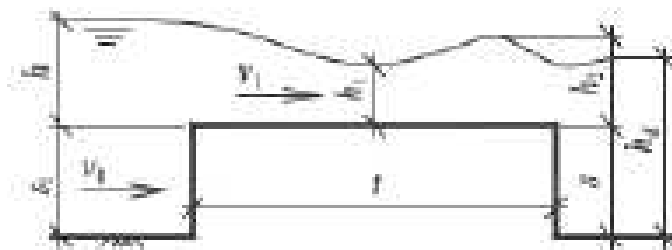
Tloušťka přelivné stěny  $0,66 h < t < (2 \text{ až } 3) h$



**Obr.2.2** Jezový přeliv s obdélníkovým příčným průřezem [Jandora, Šulc 2006]

### 2.2.3 Přepad přes širokou korunu

Přepadem, přes širokou korunu nazýváme přepad přes široký práh s vodorovnou korunou, který vystupuje nad dno toku. Tloušťka koruny  $t$  musí být taková, že proud přiléhá k vodorovné koruně a prochází s ní přibližně rovnoběžně. Podle pokusů to nastane přibližně při:  $t > (2 \text{ až } 3) h$  [Jandora, Šulc 2006]



**Obr.2.3** Přepad přes širokou korunu [Jandora, Šulc 2006]

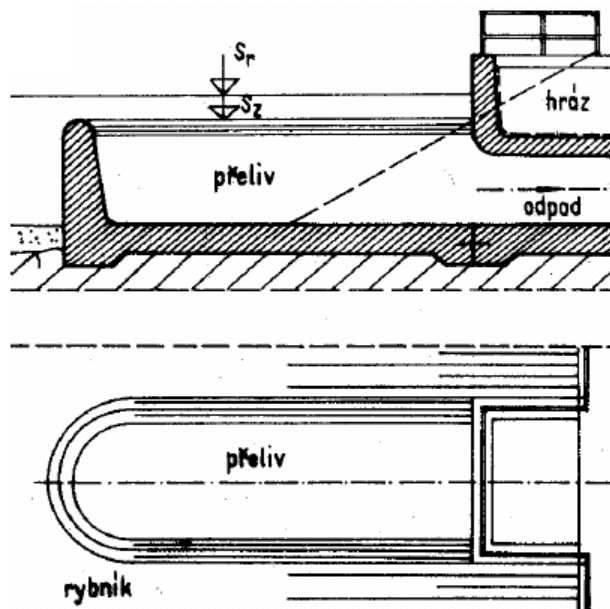
### 2.2.4 Přepad přes kašnový přeliv

Kašnový přeliv je tvořen zaoblenou podtlakovou přelivnou plochou. Má zaoblenou korunu, ale její zakřivení je větší než zakřivení volného paprsku, takže zde vzniká podtlak. Sáním se sice zvyšuje součinitel přepadu, ale mohou zde nastat pulsace tlaku, které mají vliv na stabilitu povrchu konstrukce. [Jandora, Šulc 2006]



**Obr.2.4** Kašnový přeliv [www.obechamr.cz]

Speciálním typem kašnového přelivu je typ „kachní zobák“, neboť svým tvarem připomíná právě kachní zobák. Přelivná plocha je tvořena zaoblenou přelivnou plochou. Výhodou přelivu je charakteristický tvar přelivné hrany, která prodlužuje délku přelivu a tím zvětšuje jeho kapacitu.



**Obr.2.5** Přeliv typu „kachní zobák“ [storm.fsv.cvut.cz/on\_line/hm40/pr\_06.pdf]



**Obr.2.6** Přeliv typu „kachní zobák“ [uhercice-galerie.blog.cz]

## 2.3 Přepadová rovnice

Pro stanovení přepadového množství přes přeliv, vycházím z rovnice (2.1) kterou odvodil Bazin pro ostrohranný přeliv a používá se i pro výpočet u dalších typů přelivů

$$Q = m b \sqrt{2g} h_0^{3/2} \quad , \quad (2.1)$$

kde  $m$  je Bazinův součinitel přepadu

### 2.3.1 Součinitel přepadu

Pro výpočet množství vody přepadajícího přes jez je velmi důležitá volba součinitele  $m$ .

Na jeho velikost má vliv: [Kostka 1951]

1. Tvar koruny jezu a drsnost povrchu. Jsou-li hrany ostré, je  $m$  menší než u zaoblených. Stejně je tomu, je-li povrch drsný.
2. Má-li vnější vzduch pod paprsek přepadající vody přístup či nikoliv. Vznikne-li pod paprskem podtlak (sání), je  $m$  větší
3. Výška přepadající vody  $h$ . S rostoucím  $h$  se  $m$  zvětšuje
4. Přítoková rychlost  $v$ , resp. průtok  $Q$ . Součinitel  $m$  je větší při větším  $v$ , a  $Q$
5. Při postranní kontrakci je  $m$  menší, než není-li postranní kontrakce
6. Výška jezu  $s$ , tj vzdálenost přepadové hrany (koruny) od dna horního řečiště. Je-li jez nižší, je  $m$  větší
7. Délka jezu  $b$ . Je-li postranní kontrakce, zvětšuje se  $m$ , když se zvětšuje  $b$ , a to z počátku rychleji, potom pomaleji.
8. Podle polohy jezu k ose toku, (např. u šikmého jezu je  $m$  menší, než u jezu ležícího kolmo k ose)

Tvar jezu, zvláště jeho koruna má na velikost  $m$  a tím na množství přepadající vody značný vliv. Staré jezy mají nejrůznější tvary. Je to způsobeno tím, že dříve nebylo dobře známo, jaký tvar nejlépe vyhovuje přepadající vodě a taktéž tu byly důvody konstruktivní i potřeba zlevnění stavby.

### 3. Matematické modelování

**Ve vodním hospodářství lze modelovat:**

- proudění kapaliny,
- transport a difúzi látky a energie v proudící kapalině,
- proudění a pohyb rozhraní dvou různých kapalin, příp. tekutin,
- vliv proudění a kapalin na stavby (statika, příp. dynamika).

**Metody řešení problémů ve vodním hospodářství:**

- experimentální výzkum proudění na prototypu, popřípadě na již vybudovaném objektu,
- zkoumání hydrodynamických jevů na fyzikálních modelech, založených na teorii podobnosti,
- matematické modelování hydrodynamických jevů.

#### **Model**

je účelově zjednodušené zobrazení reálného nebo abstraktního světa.

#### **Matematický model:**

popis určitého výseku vnějšího světa matematickými prostředky.

Skládá se z:

- matematické formulace problému (vyjádření fyzikálních vztahů mezi veličinami, které se ve zkoumaném jevu vyskytují),
- řídicích rovnic (zákony zachování, stavové rovnice, empirické vztahy),
- okrajových a počátečních podmínek.

#### **Numerické modelování:**

Numerickým modelem se rozumí diskretizace matematického modelu a tvoří podmnožinu matematického modelování.

### 3.1 Metody matematického modelování

V matematickém modelování ve vodním hospodářství se pro řešení používají analytické a numerické metody [Jandora 2008]. Analytické metody sledují přesné matematické vyjádření sledovaného jevu (po předchozím zjednodušení a schematizaci skutečného stavu). Numerické metody řešení úloh používají časoprostorové diskretizace, umožňují proto značně omezit zjednodušující předpoklady řešení - zejména zadávání a vystižení okrajových a počátečních podmínek, fyzikálních veličin, geometrického tvaru oblastí a těles.

### 3.2 Numerické metody

Numerické metody založené na využití výpočetní techniky jsou v současné době hlavním nástrojem pro řešení rozsáhlých úloh filtračního proudění. V technické praxi jsou využívány zejména tyto metody:

- metoda sítí;
- variační metody;
- metoda konečných prvků;
- metody vážených reziduí.

#### 3.2.1 Metoda sítí (metoda konečných diferencí)

V oblasti, ve které se hledá řešení dané úlohy, se zvolí konečná množina bodů, která se nazývá síť a příslušné body jejími uzly. V bodech této množiny se splní daná diferenciální rovnice a eventuálně i okrajové podmínky pouze přibližně. A to tak, že derivace, které se v nich vyskytují, se nahradí diferenčními podíly (tj. lineárními kombinacemi funkčních hodnot hledané funkce v okolních bodech, které je aproximují). [Jandora 2008]

Zanedbají-li se chyby, které při tom vzniknou, dostane se pro hodnoty v bodech sítě soustava konečně mnoha rovnic. Jde tedy o principiálně velmi jednoduchou metodu převodu nekonečně dimenziálního problému na konečně dimenziální. [Jandora 2008]



### 3.2.2 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků (MKP) je numerická metoda sloužící k simulaci průběhů napětí, deformací, proudění tepla, proudění tekutin atd. na vytvořeném modelu. Její princip spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do určitého (konečného) počtu prvků, přičemž zjišťované parametry jsou určovány v jednotlivých uzlových bodech.

Výhody MKP [Jandora 2008]:

- algoritmus výpočtu je nezávislý na tvaru zkoumané oblasti, závisí jen na tvarech prvků, lze jím řešit libovolnou oblast složenou ze zvolených prvků (otvory, zářezy, nepravidelný tvar hranice,...);
- soustava algebraických lineárních rovnic pro neznámé veličiny (např. pro piezometrickou výšku, rychlostní potenciál) má matici součinitelů (matici vodivosti) výrazně pásovou;
- libovolné okrajové podmínky lze v metodě konečných prvků snadno vyjádřit. Stejně tak lze snadno vystihnout správně průběh řešení v místech velkých gradientů, zdrojů a propadů, popř. v okolí singulárních bodů, zhustí-li se v těchto místech dělení na prvky (prvky se zmenší);
- řád konvergence je podstatně vyšší než u klasických variačních metod.

### 3.2.2 Metoda konečných objemů

Metoda konečných objemů (MKO) vychází z metody sítí.

Metoda konečných objemů spočívá ve třech základních bodech [Kozubková 2008]:

- dělení oblasti na diskrétní objemy užitím obecné křivočaré sítě,
- bilancování neznámých veličin v individuálních konečných objemech a diskretizace,
- numerické řešení diskretizovaných rovni.

MKO je využívána díky své flexibilitě, adaptabilitě a aplikovatelnosti na řešení problémů tekutin v oblastech s komplikovanou geometrií.

## 4. Computational Fluid Dynamics

Computational Fluid Dynamics (CFD) je podoblastí numerického modelování zabývající se simulacemi proudění, ve kterém Navier-Stokesovi rovnice, Bernoulliho rovnice a turbulentní model jsou diskretizovány a řešeny pro každou výpočetní buňku.

Modelování pomocí CFD software je v mnoha ohledech podobné fyzikálnímu modelování. Pokud fyzikální model není správně nastaven vůči reálné situaci, pak výsledky nebudou odpovídat reálné situaci. Obdobně, pokud numerický model přesně nereprezentuje reálné situace, pak výsledky nebudou odrážet reálné situace.

Na začátku se musíme rozhodnout, jaké věci jsou pro nás důležité a jak by měly být zastoupeny. Je nezbytné položit si řadu otázek, např:

Co se chceme dozvědět z výpočtu?

Jaké zvolit měřítko, a jak navrhnout jemnost dělení, aby výpočet zachytil důležité jevy?

Jaké druhy okrajových podmínek nejlépe vystihují fyzikální stav?

Jaké druhy tekutin by měly být použity?

Jaké vlastnosti tekutiny jsou důležité pro tento problém?

Jaké další fyzikální jevy jsou důležité?

Jaké by mělo být počáteční nastavení?

Jaký systém jednotek by měl být použit?

Je důležité nastavit výpočet tak, aby vznikl model představující skutečný fyzický stav v maximální míře, které je možné dosáhnout.

Celková simulace pracující se všemi vlivy je velice náročná. Proto je dobré začít s relativně jednoduchým, snadno pochopitelným modelem procesu a postupně přidávat více komplikující fyzikální účinky.

Při proudění přes přeliv dosahuje voda velkých rychlostí (oproti téměř zanedbatelné rychlosti vody v nádrži). Proudění má jednoznačně turbulentní charakter.

Mezi základní vlastnosti turbulentního proudění patří [Jandora 2008]

- *náhodný charakter proudění* - základní charakteristika turbulentního proudění, která vede k využití statistických metod ve výzkumu turbulence,
- *difuzivita* - schopnost přenášet hybnost, energii a různé skalární veličiny. Její míru je možné charakterizovat součinitelem turbulentní difúze příslušné veličiny. Tento součinitel turbulentní difúze je o několik řádů větší než je součinitel molekulární difúze,
- *disipace energie* - přeměna turbulentní kinetické energie na tepelnou v důsledku práce viskozních napětí,
- *vířivost* s vysokým stupněm fluktuace,
- *třírozměrný charakter*, který spočívá v tom, že fluktuace jsou způsobované deformací vírů (v angličtině „vortex stretching“).

Při modelování turbulentního proudění je dosud hlavní důraz kladen na Reynoldsovy rovnice, které vzniknou časovým průměrováním Navier-Stokesovy rovnic. Jejich původ je datován na konec devatenáctého století (1895), kdy Reynolds publikoval výsledky svého výzkumu turbulence [Jandora 2008].

#### 4.1 Vícefázové proudění - metoda Volume of Fluid

Proudění s volnou hladinou, nazývané též metoda VOF (Volume of Fluid) je řešeno většinou pomocí tzv. metody zachycení rozhraní. Tato metoda, je založena na použití přídatné transportní rovnice pro veličinu vyjadřující hustotu tekutiny, která se mění skokem v místě hladiny [Příhoda, J., Šulc, J. 2011].

#### 4.2 Navier-Stokesovy rovnice

Navier-Stokesovy rovnice jsou nejobecnější rovnice prostorového pohybu newtonovské kapaliny a vyjadřují vztah mezi silami objemovými, tlakovými, odporovými a setrvačnými v proudící kapalině.

Navier-Stokesovy rovnice pro nestlačitelnou kapalinu s konstantní viskozitou ( $\mu = \text{konst.}$ ) nabývají tvaru [Jandora 2008]:

$$\rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^f}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (v_j v_i)}{\partial x_j}, \quad (4.1)$$

kde  $f_i(x,y,z,t)$  je složka vektoru objemového zatížení vztaženého na jednotku hmotnosti,  $p(x,y,z,t)$  tlak,  $\rho$  hustota kapaliny,  $v_i(x,y,z,t)$  složka vektoru rychlosti,  $\mu$  součinitel dynamické viskozity a  $\tau_{ij}^f$  je tenzor viskózních napětí.

Rovnice spojitosti (kontinuity) má tvar:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4.2)$$

### 4.3 Reynoldsovy rovnice

Okamžitá hodnota složky rychlosti  $v_i$ , resp. tlaku  $p$ , se považuje za součet vhodně definované střední hodnoty složky rychlosti  $\bar{v}_i$ , resp. tlaku  $\bar{p}$ , a příslušné fluktuace rychlosti  $v'_i$ , resp. tlaku  $p'$  [Jandora 2008]:

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i, \quad \bar{v}_i = \bar{v}_i, \quad \overline{v'_i} = 0, \quad (4.3)$$

$$p = \bar{p} + p', \quad \bar{p} = \bar{p}, \quad \overline{p'} = 0. \quad (4.4)$$

Dosazením střední hodnoty fluktuace okamžitých složek rychlostí (4.3) a okamžitého tlaku (4.4) do Navier-Stokesových rovnic pro nestlačitelnou kapalinu (4.1) a časovým zprůměrováním těchto rovnic se obdrží Reynoldsovy rovnice [Jandora 2008]:

$$\rho f_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^f}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\bar{v}_i \bar{v}_j + \overline{v'_i v'_j})}{\partial x_j}, \quad (4.5)$$

kde

$$\tau_{ij}^f = \mu \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) [\text{kg}/(\text{m s}^2) = \text{Pa}]. \quad (4.6)$$

Vyjádřením Reynoldsových tangenciálních napětí:

$$\tau_{ij}^t = -\rho \overline{v_i' v_j'} \text{ [kg/(m s}^2\text{) = Pa]}, \quad (4.7)$$

lze Reynoldsovy rovnice zapsat ve tvaru [Jandora 2008]:

$$\begin{aligned} \rho f_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij}^f &= \rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho \overline{v_i' v_j'}, \\ \rho f_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij}^f + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij}^t &= \rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_j}, \\ \rho f_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial (\tau_{ij}^f + \tau_{ij}^t)}{\partial x_j} &= \rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

## 4.4 Turbulentní modely

Modely turbulence mohou být klasifikovány podle různých hledisek. Nejdůležitější hlediska pro uzavření soustavy rovnic spojitosti (4.2) a Reynoldsových rovnic (4.8) jsou následující [Jandora 2008]:

- způsob modelování neznámých korelací mezi flukтуаčními složkami rychlosti ( $\overline{v_i' v_j'}$ ):
  - použitím Boussinesqovy aproximace (zavedení turbulentní viskozity);
  - modelováním korelací mezi flukтуаčními složkami rychlosti ( $\overline{v_i' v_j'}$ ) - uzavření momentem druhého řádu (Reynoldsov model napětí);
- počet rovnic, které modelují  $\mu_t$ :
  - 0 - rovnicové modely (algebraické modely) - model konstantní turbulentní viskozity, Prandtlův model směřovací délky, Prandtlův model volné smykové vrstvy, atd.;
  - 1 - rovnicové modely - Bradshawův model, Smagorinského model atd.;
  - 2 - rovnicové modely - Kolmogorovův  $k-\omega$  model, Launder-Spaldingův  $k-\varepsilon$  model, RNG  $k-\varepsilon$  model, atd.;
  - modely s vyšším počtem rovnic již nepřinášejí očekávaný zisk informace, a proto se nepoužívají.

[Jandora 2008] uvádí, že 2 - rovnicové modely, založené na principu turbulentní viskozity (Boussinesqova aproximace) mají oproti 0 - rovnicovým a 1 - rovnicovým modelům daleko univerzálnější použití a přitom nejsou o mnoho složitější než modely 1 - rovnicové.

## 4.5 Výpočet pomocí turbulentního $k$ - $\varepsilon$ modelu ve 3D

$k$  -  $\varepsilon$  model poskytuje poměrně přesné výsledky a je jedním z nejrozšířenějších modelů používaných při numerickém modelování turbulentního proudění. Tento 2 - rovnicový model využívá dvou rovnic, které popisují transport a difúzi kinetické energie turbulence  $k$  (4.10) a rychlosti její disipace  $\varepsilon$  (4.11) [Jandora 2008].

Neznámými funkcemi v případě turbulentního proudění nestlačitelné kapaliny s konstantní viskozitou  $\mu$  jsou [Jandora 2008]:

- 3 složky časově zprůměrovaného vektoru rychlosti  $[\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z]^T$ ,
- časově zprůměrovaný tlak  $\bar{p}$ ,
- turbulentní viskozita  $\mu_t$ ,
- kinetická energie turbulence  $k$ ,
- rychlost disipace kinetické energie turbulence  $\varepsilon$ .

K řešení těchto 7 neznámých funkcí je zapotřebí 7 rovnic, kterými jsou rovnice spojitosti (4.2), 3 Reynoldsovy rovnice (4.8) a rovnice  $k$ - $\varepsilon$  modelu (4.9) až (4.11).

Předpokládá se obecně definovaná oblast  $\Omega$  s hranicí  $\Gamma$ , která je sjednocením částí  $\Gamma_1$  a  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma = (\Gamma_1 \cup \Gamma_2)$  a  $(\Gamma_1 \cap \Gamma_2) = 0$ . Diferenciální rovnice popisující proudění nestlačitelné kapaliny s konstantní viskozitou mají tvar [Jandora 2008]:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4.2)$$

$$\rho f_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial (\tau_{ij}^f + \tau_{ij}^t)}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_j}, \quad (4.8)$$

$$\mu_t = c_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (4.9)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{v}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij}^t \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (4.10)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \bar{v}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij}^t \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - c_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right], \quad (4.11)$$

kde

$$\tau_{ij}^f = \mu \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right), \quad (4.12)$$

$$\tau_{ij}^t = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \rho \delta_{ij}. \quad (4.13)$$

Koeficienty  $k - \varepsilon$  modelu ( $c_\mu$ ,  $c_{\varepsilon 1}$ ,  $c_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ) jsou uvedeny v tabulce 4.1.

**Tabulka 4.1** Koeficienty  $k - \varepsilon$  modelu

$c_\mu$	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0,09	1,44	1,92	1,0	1,3

Počáteční podmínky vyjadřují známé (nebo zadané) průběhy funkcí  $\bar{v}_{x0}$ ,  $\bar{v}_{y0}$ ,  $\bar{v}_{z0}$ ,  $\bar{p}_0$ ,

$\mu_{t0}$ ,  $k_0$  a  $\varepsilon_0$  ve všech bodech oblasti  $\Omega$  v čase  $t = 0$ :

$$\bar{v}_x(x, y, z, 0) = \bar{v}_{x0}(x, y, z) \quad \text{na } \Omega \cup \Gamma,$$

$$\bar{v}_y(x, y, z, 0) = \bar{v}_{y0}(x, y, z) \quad \text{na } \Omega \cup \Gamma,$$

$$\bar{v}_z(x, y, z, 0) = \bar{v}_{z0}(x, y, z) \quad \text{na } \Omega \cup \Gamma,$$

$$\bar{p}(x, y, z, 0) = \bar{p}_0(x, y, z) \quad \text{na } \Omega \cup \Gamma,$$

$$\mu(x, y, z, 0) = \mu_{t0}(x, y, z) \quad \text{na } \Omega \cup \Gamma,$$

$$k(x, y, z, 0) = k_0(x, y, z) \quad \text{na } \Omega \cup \Gamma,$$

$$\varepsilon(x, y, z, 0) = \varepsilon_0(x, y, z) \quad \text{na } \Omega \cup \Gamma.$$

Okrajové podmínky:

1. na hranici  $\Gamma_1$ :

$$\bar{v}_x(x, y, z, t) = \bar{v}_x(t) / \Gamma_1,$$

$$\bar{v}_y(x, y, z, t) = \bar{v}_y(t) / \Gamma_1,$$

$$\bar{v}_z(x, y, z, t) = \bar{v}_z(t) / \Gamma_1,$$

$$\mu_t(x, y, z, t) = \mu_t(t) / \Gamma_1$$

$$k(x, y, z, t) = k(t) / \Gamma_1,$$

$$\varepsilon(x, y, z, t) = \varepsilon(t) / \Gamma_1;$$

2. na hranici  $\Gamma_2$ :

$$\bar{p}(x, y, z, t) = \bar{p}(t) / \Gamma_2,$$

kde  $\bar{v}_x(t) / \Gamma_1$ ,  $\bar{v}_y(t) / \Gamma_1$ ,  $\bar{v}_z(t) / \Gamma_1$ ,  $\mu_t(t) / \Gamma_1$ ,  $k(t) / \Gamma_1$  a  $\varepsilon(t) / \Gamma_1$  jsou zadané hodnoty složek střední rychlosti, turbulentní viskozity, kinetické energie turbulence a rychlosti disipace kinetické energie turbulence na  $\Gamma_1$  a  $\bar{p}(t) / \Gamma_2$  je zadaný střední tlak na  $\Gamma_2$ .

Úkolem je nalézt neznámé funkce  $\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z$ ,  $\bar{p}$ ,  $\mu_t$ ,  $k$  a  $\varepsilon$ , které splňují okrajové a počáteční podmínky a vyhovují rovnicím (4.7) až (4.11).



## 5. 2D model proudění o volné hladině - ANSYS

ANSYS je programový balík založený na metodě konečných prvků [3.2.2], je určen pro řešení rozsáhlých lineárních i nelineárních (fyzikálně i geometricky) úloh mnoha různých kategorií: strukturální, teplotní, teplotně-mechanické, elektromagnetické, akustické atd. jak ve 2D, tak ve 3D prostoru.

Konkrétní čelní přepady, jsou řešeny ve zjednodušeném 2D modelu pomocí softwaru ANSYS 12.0 s integrovaným CFD modulem FLOTTRAN. licenci pro akademické použití: ANSYS Academic Research. Vícefázové proudění (voda-vzduch) je řešeno modelem VOF (Volume of Fluid) [4.1]. Turbulentní proudění program řeší 2-rovnicovým  $k - \varepsilon$  modelem [4.5].

Výpočet probíhal na školních počítačích v počítačových učebnách Ústavu vodních staveb. Počítač na výpočet využíval pouze 1 procesor v nastavení *Shared-Memory Parallel*.

### 5.1 Zadání výpočtu do programu

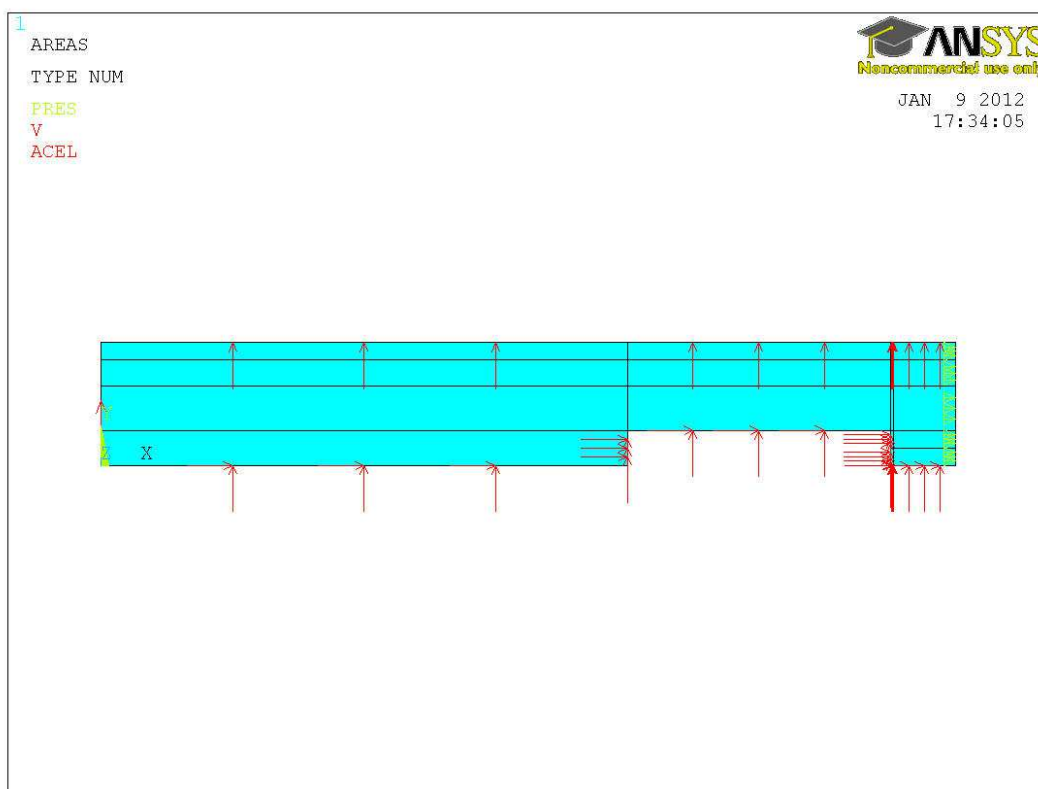
V prostředí ANSYS bylo modelováno proudění přes čelní přelivy.

#### **Modelování probíhá následovně:**

Preprocessor: výběr metody simulace, materiálové vlastnosti, vykreslení geometrie, rozdělení na konečné prvky, zadání okrajových a počátečních podmínek, nastavení proudění o volné hladině (VOF), volba časového intervalu, počet časových intervalů, typ turbulentního modelu,...

Solution: spuštění a průběh samotného výpočtu.

Postprocessor: načtení a zobrazení vypočtených výsledků.



**Obr.5.1** Zobrazení nastavených okrajových a počátečních podmínek [ANSYS]

Po prvotních pokusech a analýzách výsledků, byla prodloužena délka nátoky před objektem (z původních 3 na 6 m), neboť svislicové rozdělení rychlostí neodpovídalo teoretickému rozdělení rychlostí po výšce.

Následně bylo rozhodnuto o dvojnásobném prodloužení počtu časových intervalů na 40 000 (při délce časového intervalu 0.001 s odpovídá 40 s). Tím se i přibližně dvojnásobně prodloužil čas nutný k výpočtu.

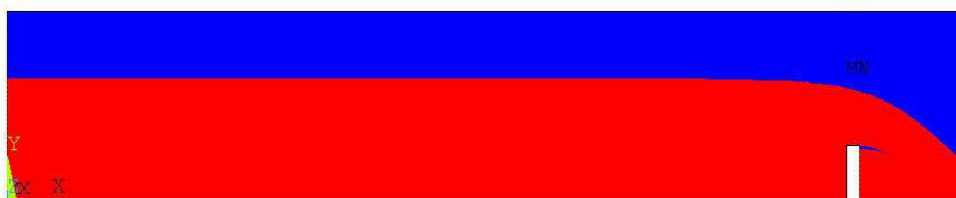
Průměrný výpočet trval 5,5 dne a výsledkový soubor měl velikost 10,5 GB.

Svislicové rozdělení rychlostí již vykazovalo velkou podobnost s teoretickou křivkou. Ještě vyšší podobnosti bychom mohli dosáhnout dalším zvýšením počtu intervalů, tím by se ale prodloužila doba výpočtu nad přijatelnou mez.

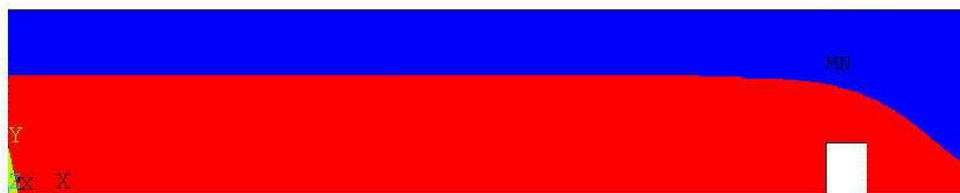
## 5.2 Simulované proudění přes jednotlivé přelivy

Grafické znázornění proudění rozhraním voda-vzduch při ustáleném proudění v čase  $t = 40$  s. Výška přepadajícího paprsku 0,5 m nad korunou přelivu pro:

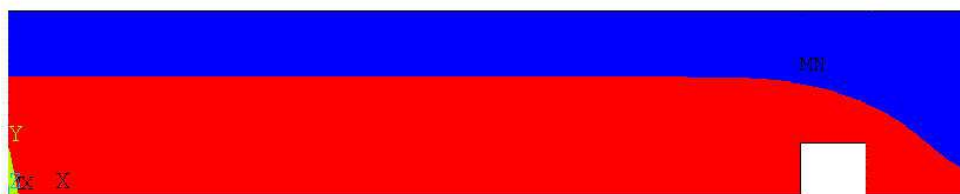
- ostrohranné přelivy (Obr. 5.2 a Obr. 5.3)
- přeliv obdélníkového průřezu (Obr. 5.4 a Obr. 5.5)
- přeliv se širokou korunou (Obr. 5.6)



**Obr.5.2** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 0,1$  m [ANSYS]



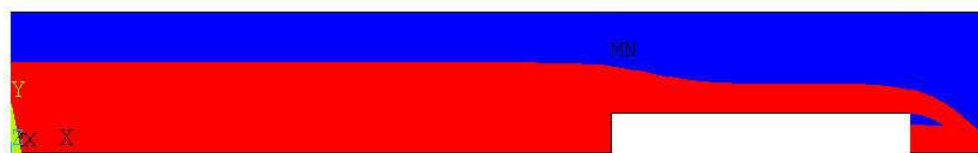
**Obr.5.3** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 0,3$  m [ANSYS]



**Obr.5.4** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 0,5$  m [ANSYS]



**Obr.5.5** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 1,0$  m [ANSYS]

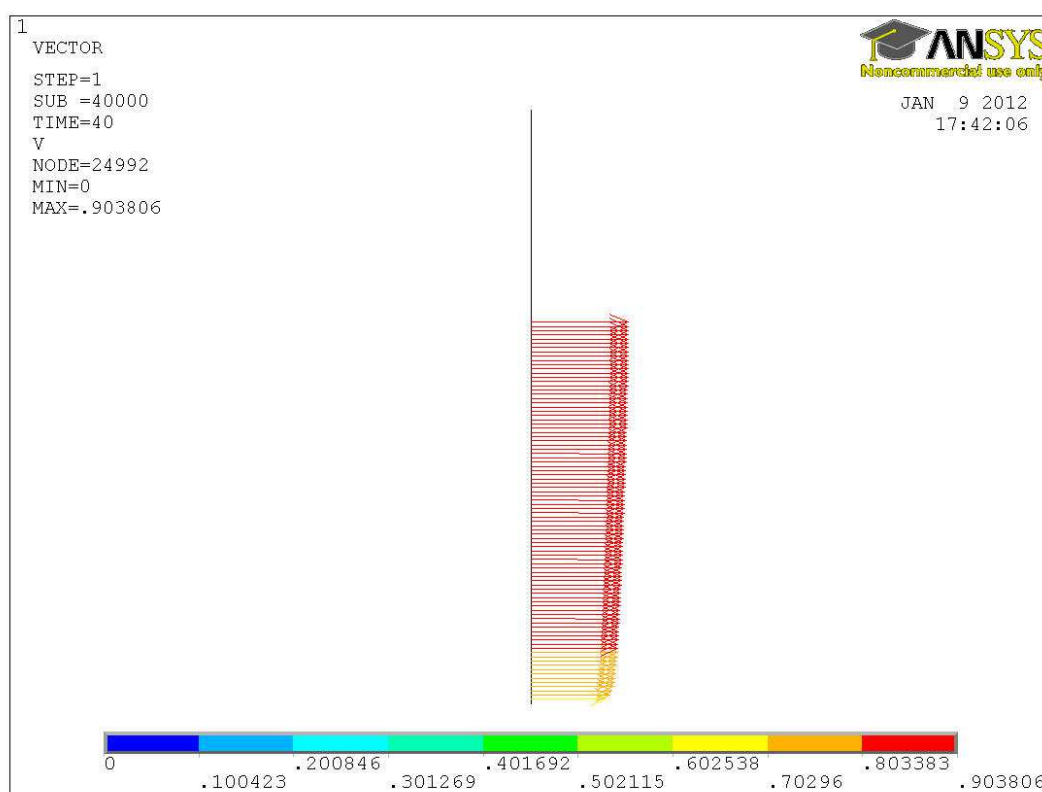


**Obr.5.6** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 3,0$  m [ANSYS]

## 5.3 Zpracování výsledků simulace

Hodnoty průtoků pro odvození součinitele přepadu  $m$  byly stanoveny na základě rozložení rychlostního pole po svislici. Pro výpočet průtoků bylo uvažováno pouze s rychlostí  $v_x$  (ve směru osy  $x$ ). Rychlost  $v_y$  v jednotlivých bodech výpočtové sítě byla zanedbána, neboť její velikost byla o tři řády menší než rychlostí  $v_x$  a na výpočet neměla žádný vliv.

Bodové rychlosti byly odečteny na svislici umístěné ve vzdálenosti přibližně 3,0 m protiproudě od přelivné hrany.



**Obr.5.7** Svislicové rozdělení rychlostního pole ve vzdálenosti 3m před přelivem  
[ANSYS]

Z bodových rychlostí byl vypočítán průtok  $Q$ . Pro tento výpočet byla použita metoda numerické integrace po výšce průřezu, dle vzorce (5.1).

Pro numerickou integraci platí:

$$Q = \int_A u \, dA \longrightarrow Q = \sum u \Delta A, \quad (5.1)$$

kde  $u$  je bodová rychlost a  $A$  je plocha ve zvoleném průřezu.

Přepadový součinitel byl vypočten z přepadové rovnice pro dokonalý přepad (2.1).

$$Q = m b \sqrt{2g} h_0^{3/2}, \quad (2.1)$$

kde  $Q$  je průtok,  $m$  součinitel přepadu,  $b$  délka přelivné hrany,  $g$  gravitační zrychlení a  $h_0$  energetická přepadová výška.

Délka přelivné hrany  $b$  je uvažována 1m.

Energetická přepadová výška  $h_0$  byla vypočtena ze vztahu (5.2).

$$h_0 = h + \frac{\alpha v_0^2}{2g}, \quad (5.2)$$

kde  $\alpha$  je Coriolisovo číslo, které vyjadřuje podíl skutečné kinetické energie  $E_k$  v průřezu stanovené z bodových rychlostí a kinetické energie vyjádřené ze střední průřezové rychlosti.

$$\alpha = \frac{\int_A u \, dA}{v_0^3 A} \quad (5.3)$$

Střední průřezová rychlost  $v_0$  byla vypočtena dle vzorce (5.4).

$$v_0 = \frac{Q}{A} \quad (5.4)$$

Úpravou přepadové rovnice (2.1) dostaneme vztah pro výpočet přepadového součinitele.

$$m = \frac{Q}{b \sqrt{2g} h_0^{3/2}} \quad (5.5)$$

## 5.4 Výpočet součinitele přepadu

Součinitel přepadu dopočítáme z rovnice (5.5) z výsledků numerického modelu přepadu přes přeliv a porovnááme se součinitelem přepadu, vypočteném dle rovnice Bazina (5.6), přelivu obdélníkového profilu a přelivu se širokou korunou.

Bazin, pro výpočet součinitele ostrohranného přepadu, stanovil na základě rozsáhlých pokusů výraz:

$$m = \left( 0,405 + \frac{0,003}{h} \right) \left[ 1 + 0,55 \left( \frac{h}{h + s_1} \right)^2 \right], \quad (5.6)$$

kde  $s_1$  je výška přelivu.

Pro přeliv obdélníkového profilu platí Tab.5.1 a pro přeliv se širokou korunou Tab. 5.2.

**Tabulka 5.1** Přepadové součinitele obdélníkového jezu [Jandora, Šulc 2006]

$t / h$	1:2	2:3	1	2	3
$m$	0,42	0,41	0,37	0,33	0,32
$M$	1,86	1,82	1,64	1,46	1,42

**Tabulka 5.2** Přepadové součinitele jezu se širokou korunou [Jandora, Šulc 2006]

Tvar přepadového prahu	$\varphi$	$m$	$M$	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$
přepad bez ztrát (abstraktní případ)	1,000	0,385	1,70	0,670	0,670
vtoková část prahu dobře zaoblena, přítok k přepadu velmi plynule vytvořen	0,951	0,36	1,60	0,600	0,730
práh se zaoblenou vtokovou hranou	0,936	0,35	1,55	0,570	0,760
práh se zkosenou vtokovou hranou	0,912	0,33	1,46	0,530	0,790
práh s ostrohranným vtokem	0,900	0,32	1,42	0,510	0,805
práh s ostrohranným vtokem při nepříznivých poměrech (drsňý povrch)	0,881	0,30	1,33	0,465	0,830

V tabulce 5.3 udávám srovnání vypočtených součinitelů přepadu a vliv odchylky na kapacitu přelivu (na průtok).

**Tabulka 5.3** vypočtené hodnoty součinitele přepadu

šířka koruny	průtok	součinitel přepadu m	
t [m]	Q [m <sup>3</sup> /s]	ANSYS	Bazin
0.1	0.87	0.485	0.481
0.3	0.78	0.444	0.481
0.5	0.69	0.403	0.370
1.0	0.60	0.357	0.330
3.0	0.58	0.346	0.320

Rozdíl mezi výpočty a hodnotami uváděných v odborné literatuře je v očekávaných hodnotách. Při ostrohranném přelivu  $t = 0,1$  m dochází téměř k absolutní shodě. U šířky přelivné hrany 0,3 m, která by ještě měla spadat mezi ostrohranné přelivy, nedochází ke správnému odtržení přepadajícího paprsku a přeliv se chová více jako jez obdélníkového příčného průřezu.

Vyšší hodnoty součinitele přepadu u širších přelivných hran si vysvětlují tím, že program simulováním volně přepadající vody neumí dokonale do výpočtu promítnout zavzdušnění a vystihnout správný moment odtržení přepadajícího paprsku. Tím dochází pod konstrukcí k podtlaku (sání) a součinitel se zvětšuje.



## 6. FLOW - 3D, proudění o volné hladině ve 3D

Software FLOW-3D poskytuje nástroj pro simulaci proudění, zkoumání dynamického chování a působení kapalin a plynů v celé řadě fyzikálních procesů a průmyslových aplikací.

FLOW-3D se specializuje na řešení proudění s volnou hladinou v jedno, dvou a třech rozměrech v závislosti na čase.

### 6.1 Popis problému a cíle modelu

Model simuluje průtok vody přes vertikální konstrukci (kašnový přeliv typu „kachní zobák“), kdy jedinou známou charakteristikou je hloubka vody v nádrži. Cílem tohoto modelu je zjistit průtok přes konstrukci, který poslouží k zjištění a ověření součinitele přepadu.

Model simuluje proudění přes přeliv pro 4 různé hloubky vody v nádrži a to pro přepadající výšky:  $h_1 = 0,25$  m,  $h_2 = 0,50$  m,  $h_3 = 0,75$  m,  $h_4 = 1,00$  m.

### 6.2 Model ve FLOW-3D

Sestavení výpočetního modelu se skládá z několika důležitých kroků:

- specifikace úlohy
- vytvoření geometrie konstrukce
- vytvoření výpočetní oblasti
- stanovení vhodných okrajových podmínek
- nastavení vlastností vstupní kapaliny
- aktivace požadovaných fyzikálních modelů
- spuštění simulace
- analýza výsledků simulace

Jednotlivé kroky jsou následně podrobně popsány v kapitolách 6.2.1 až 6.2.8.

### 6.2.1 Specifikace úlohy

Jednotka systému

Simulace jednotek SI

Specifikace geometrie

Výška: 4,0m

Délka: 16,67 m

Šířka: 25,0 m

Podmínky proudění

Kapalina: voda

Viskozita: 0,001 Pa-s

Hustota: 1000kg/m<sup>3</sup>

Specifikace modelu

3D x,y,z

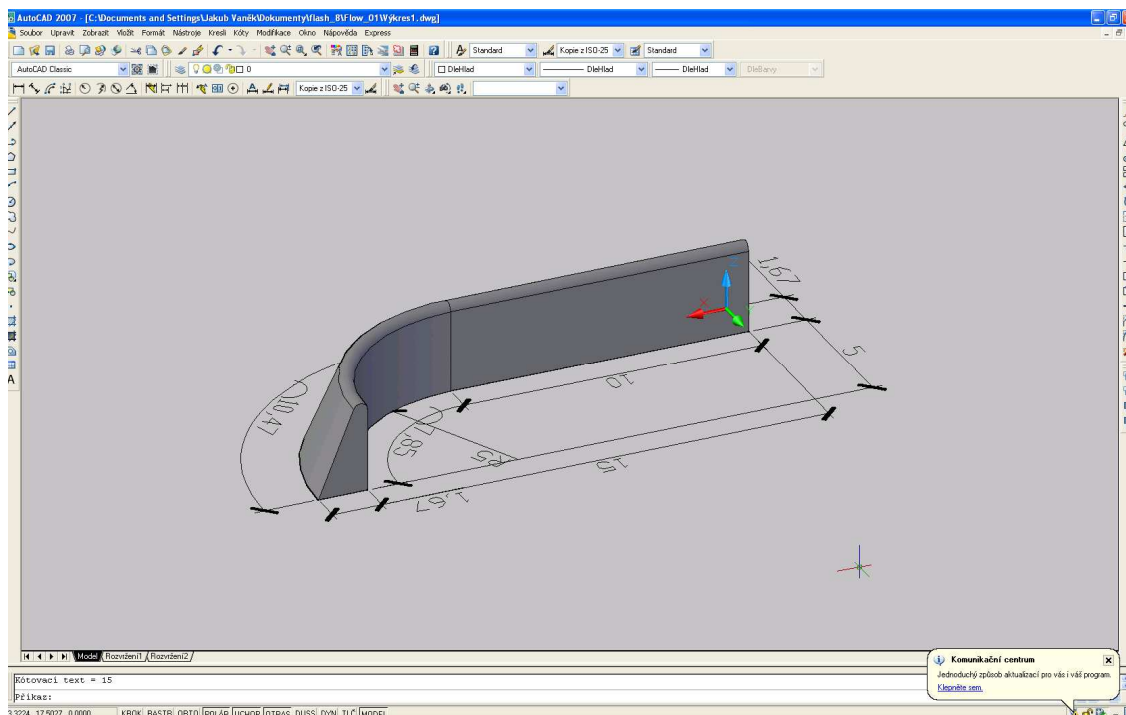
Volný povrch s ostrým rozhraním vzduch – voda

Nestlačitelná tekutina

### 6.2.2 Vytvoření geometrie konstrukce

Vytvoření geometrie tvarově jednoduché konstrukce je velmi snadné a může být vytvořeno pomocí FLOW-3D geometrie. Složitější konstrukce je vhodné vytvořit v CAD aplikacích a následně je převést na formát STL a importovat do Flow-3D. Pro bezproblémové převedení je třeba, aby v AutoCADu bylo vše vykresleno v kladných hodnotách na všech souřadných osách.

Geometrie kašnového přelivu je složitější konstrukcí a proto byla vytvořena v AutoCADu 3D.



**Obr.6.1** Vytvořený model přelivu [AutoCAD 3D]

### 6.2.3 Vytvoření výpočetní oblasti

Po vytvoření geometrie konstrukce je dalším krokem vytvoření výpočtové sítě. Výpočetní síť byla vytvořena tak, že zahrnuje konstrukci a rovněž dostatečnou oblast před a za konstrukcí. Na hranicích výpočetní sítě byly následně zadány počáteční a okrajové podmínky.

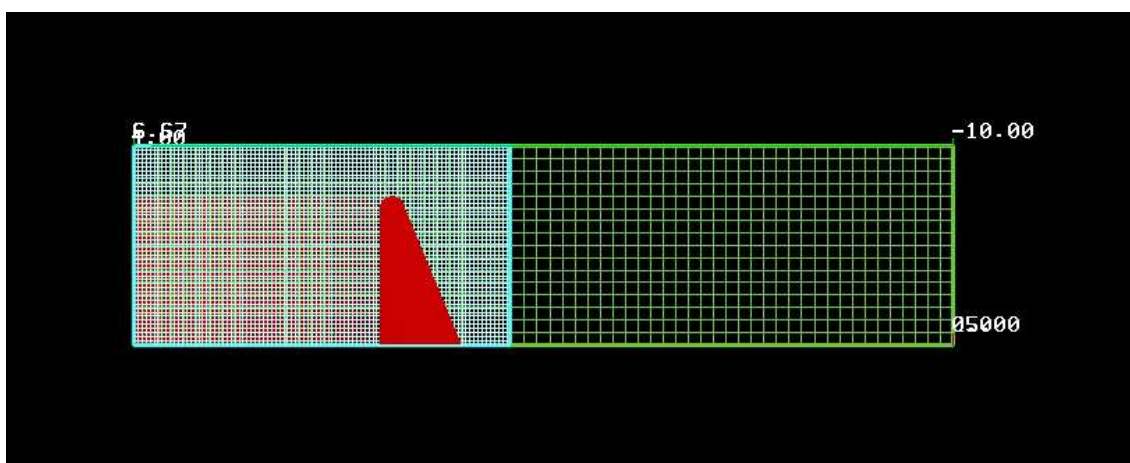
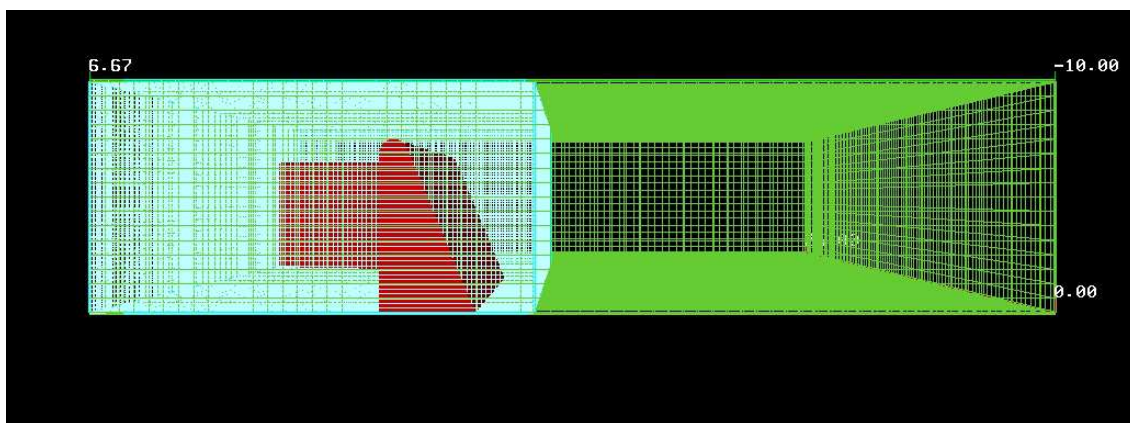
Rozhodnutí o tom, jak daleko proti proudu a po proudu je třeba výpočetní síť rozšířit rozhodují dvě kritéria:

- snaha minimalizovat velikost výpočetní oblasti, aby se zabránilo zbytečným výpočtům.
- snaha vytvořit rozsáhlou výpočetní oblasti tak, aby okrajové podmínky neovlivňovali výsledky. (byly dostatečně daleko od zkoumané oblasti s vysokými rychlostmi).

Volba velikosti buněk je důležitá. Výpočetní síť by měly být dostatečně jemné, aby vyřešily geometrii a zachytily vlastnosti toku. Na druhou stranu příliš jemná síť zbytečně prodlužuje běh simulace a může mít větší požadavky na hardware.

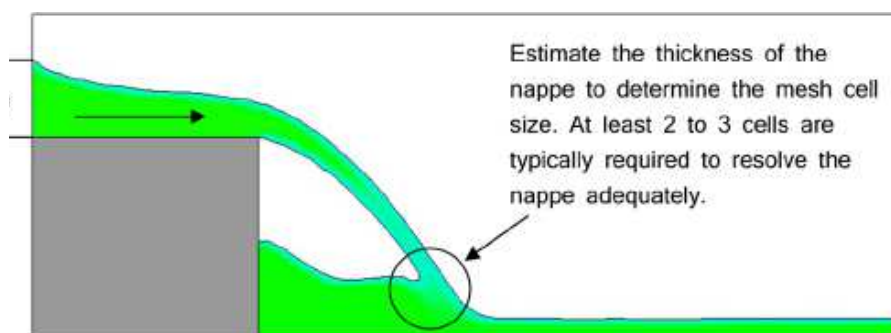
Bez znalosti průtokové charakteristiky, může být obtížné určit dopředu potřebnou velikost buněk. Jedním z řešení je spustit simulaci několikrát s klesající velikostí až do doby, kdy nejsou ve výsledcích sledovány žádné významné rozdíly.

Lepším přístupem, pokud je to možné, je stanovení kritického proudění pomocí funkce obecných charakteristik, jako je proudění, hloubka nebo rychlost, a vybráním potřebné velikosti buněk pro jeho vyřešení. Pokud je zaznamenáno po spuštění simulace proudění, že některé prvky nejsou dobře vyřešeny, je potřebné znovu spustit simulaci s menší velikostí buněk.



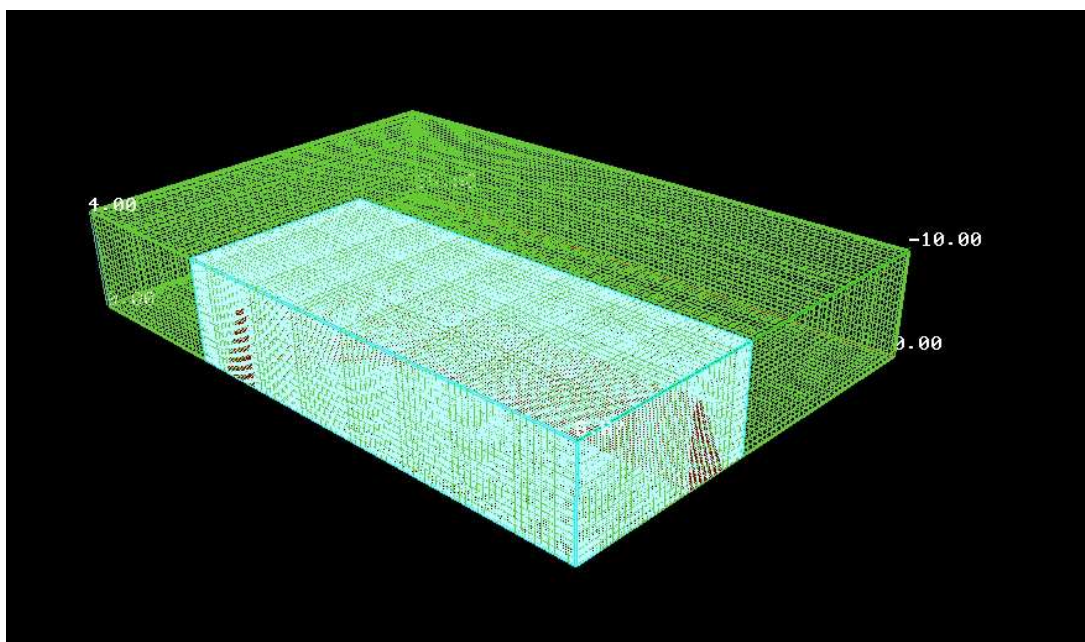
**Obr.6.2 a 6.3** Rozdělení výpočtové sítě na jednotlivé buňky [FLOW-3D]

Dle [FLOW-3D, 2010, Hydraulics Tutoriál] platí pravidlo, že pro řešení proudění s volnou hladinou jsou třeba alespoň 3 buňky.



**Obr.6.4** Znáornění minimálního množství buňek [FLOW-3D 2010]

Pro vlastní model jsem využil dvou výpočetních oblastí. Viz obr. 6.2, 6.3 a 6.5. Větší oblast je rozdělena na cca 115 000 výpočetních buněk. Druhá, menší oblast, s mnohem jemnějším dělením pro vystihnout proudění přes přeliv, má 1 125 000 výpočetních buněk. Celkový počet buněk je 1 245 004 z toho aktivních pro výpočet je 1 116 496. Jemnější dělení na cca 5 000 000 buněk by vedlo k přesnějšímu výpočtu, ale již jsem byl limitován výkonností počítače, který nedokázal alokovat dostatečný objem paměti nutné k výpočtu. Taktéž by se mnohonásobně prodloužila nutná doba výpočtu na několik dní.



**Obr.6.5** Pohled na rozdělení výpočtové sítě [FLOW-3D]

## 6.2.4 Stanovení okrajových podmínek

Okrajové podmínky jsou definovány na okrajích výpočetní sítě. Určují např.: přítok tekutiny na model v průběhu času, možnost odtoku tekutiny, určují tlak, chovají se jako nepropustné zdi, a vykonávají další funkce.

### Tlaková okrajová podmínka (Pressure)

Přes tlakovou okrajovou podmínku nastavujeme horní počáteční podmínku, která udává hloubku vody v nádrži.

Hloubka vody v nádrži se nastavuje do pole *Fluid elevation*. Při nevyplnění žádné hodnoty (což znamená nulovou hodnotu) slouží jako reference pro nastavení hydrostatického tlaku na hranici.

Nastavením *Fluid Fraction* = 1,0 a ponecháním pole „*stagnatin pressure*“ aktivním, proudí tekutina při nulové rychlosti do modelu. Přítoková rychlost neovlivní proudění. To znamená, že při ustáleném stavu rychlosti proudění je dosaženo nej přesnějších výsledků, za předpokladu, že hranice je dost daleko od měřené oblasti.

Nastavením *Fluid Fraction* = 0 proudí tekutina přes hranici z modelu.

### Odtok (Outflow)

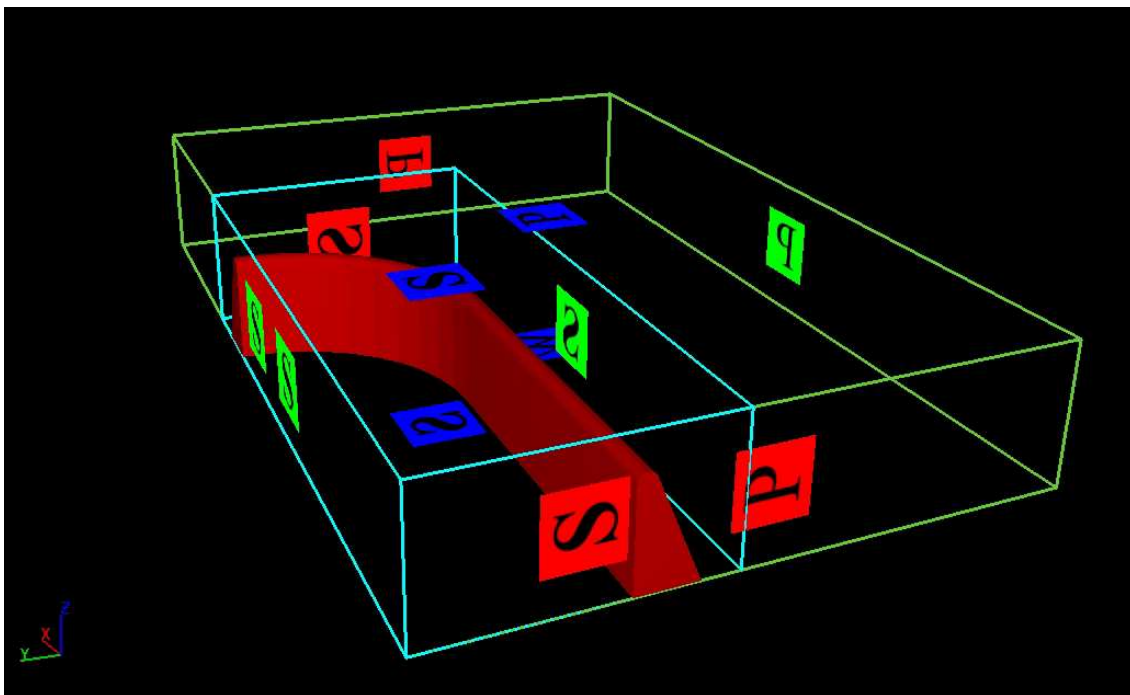
Tekutině je povoleno opustit hranici, ale nemůže přitéct. Tato varianta předpokládá, že průtok přes hranice je super-kritický (Froudovo číslo větší než 1).

### Okrajová podmínka Zed' (Wall)

Okrajová podmínka nastavuje hranici na stav nepropustné zdi na Z-min (dolní dno modelu). Pro tento výpočet byly třecí ztráty u dna považovány za zanedbatelné. V případě, že by byly vyšší, musel bych zadat velikost nerovnosti (zadáva se v absolutní hodnotě v případě zvolných SI jednotek jsou to metry).

### Podmínka symetrie (Symetry)

Na zbývajících hranicích je předdefinována podmínka symetrie. To znamená, že s hranicí bude počítáno tak, jako by podmínky mimo hranice byly totožné s podmínkami uvnitř hranice.



**Obr.6.6** Znáznornění nastavených okrajových podmínek [FLOW-3D]

### 6.2.5 Nastavení vlastností vstupní kapaliny

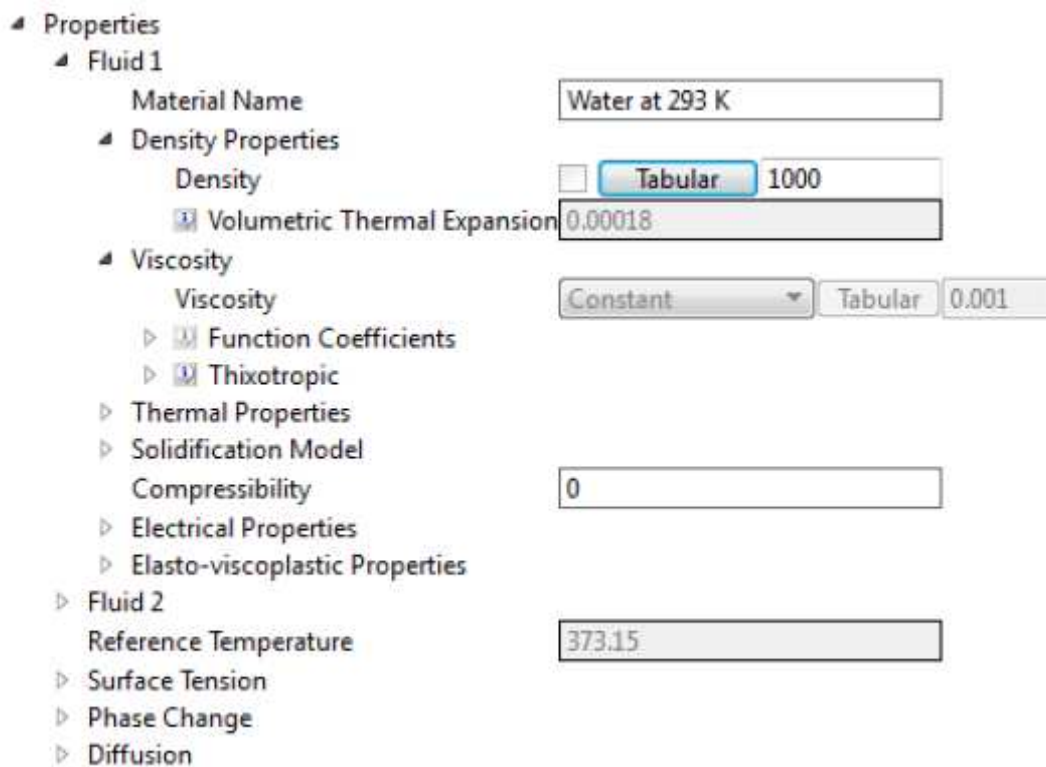
Vlastnosti kapaliny mohou být buď zadány ručně, nebo načteny z databáze materiálů.

Zvolil jsem načtení vlastností z databáze materiálů z důvodů spolehlivosti a rychlosti. Eliminují se tím také nechtěné chyby. Následně byly načtené hodnoty pouze zkontrolovány.

#### **Zadání vlastností kapaliny z databáze**

Z menu v horní části obrazovky vybereme záložku materiály a zvolíme „kapaliny databáze.“ V databázi tekutin zvolíme vodu při teplotě 293 K s jednotkami SI.

Vlastnosti vody načteme stisknutím na tlačítko *Load Fluid 1* (načíst tekutinu 1).

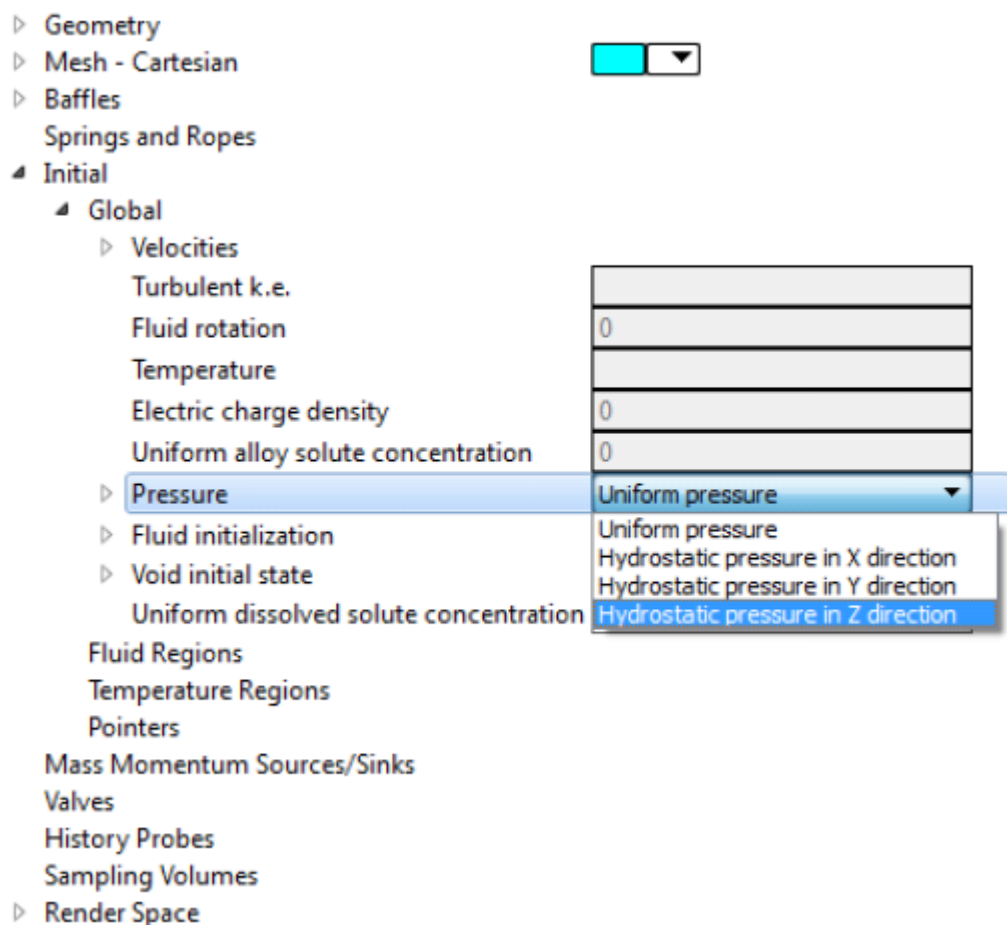


**Obr.6.7** Kontrola načtených hodnot kapaliny [FLOW-3D 2010]

### Zadání hydrostatického tlaku

Z menu v levé části obrazovky vybereme záložku *Initial – Global* a zvolíme „hydrostatický tlak ve směru Z“ (viz obrázek 6.8). Tímto postupem program nastaví hydrostatický tlak kapaliny ve všech oblastech a především nastaví hydrostatický tlak na přítoku. Bez nastavení tohoto stavu, by tlak na přítoku neodpovídal skutečnosti.





**Obr.6.8** Nastavení hydrostatického tlaku [FLOW-3D 2010]

## 6.2.6 Aktivace požadovaných fyzikálních modulů

Ve výchozím nastavení jsou všechny fyzikální moduly neaktivní. Chceme-li minimalizovat zbytečné výpočty, je třeba aktivovat pouze fyzikální moduly, které jsou nezbytně nutné, aby simulovaly požadované chování.

Otázky, typu: "Musí model počítat s účinky povrchového napětí?" by měly být zodpovězeny již v procesu modelování.

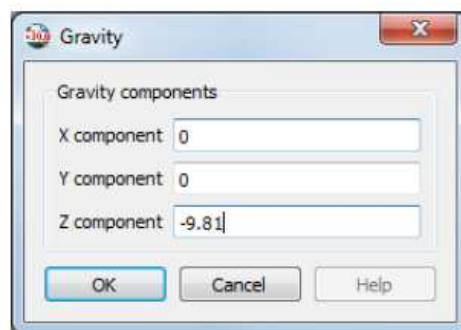
Přepadající paprsek bude mít velmi turbulentní proudění, tudíž musí být modelován jako turbulentní s Newtonskou viskozitou.

Další modul, který musí být aktivován, je gravitace.

Účinky povrchového napětí jsou nevýznamné vzhledem k velikosti problému, takže povrchové napětí může zůstat neaktivní.

To lze prokázat výpočtem, který uvádí [FLOW-3D, 2010. Hydraulics Tutoriál] dle Weber ( $We = \rho v^2 L / \sigma$ ), kde  $\rho$  je hustota kapaliny,  $v$  je charakteristická rychlost,  $L$  je délka, a  $\sigma$  je koeficient povrchového napětí.

Když je  $We \gg 1$ , je možné vlivy povrchové napětí ignorovat. Protože stejně neznáme rychlost, budeme muset přijmout předpoklad, že povrchové napětí nepřispívá významně k účinkům proudění.

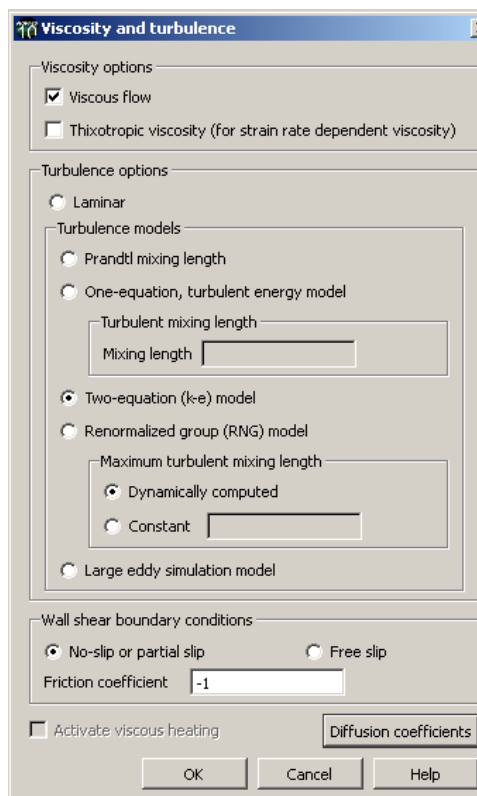


**Obr.6.9** Správné nastavení gravitačního zrychlení [FLOW-3D 2010]

Existuje celá řada možností pro výpočet turbulence ve FLOW-3D. Nejrobustnější a široce použitelný je výpočet turbulence pomocí metody RNG (Renormalized Group).

Tento výpočet vyžívá maximální délky turbulence, která je představována horní hodnotou očekávané velikosti turbulentních vírů v simulaci a používá ji k omezení množství turbulentní energie vytvořené samotným výpočtem turbulence.

Při modelování jsem se rozhodl pro 2-rovnicový  $k - \varepsilon$  turbulentní výpočetní model [4.5].



**Obr.6.10** Výběr výpočetního modelu turbulence [FLOW-3D 2010]

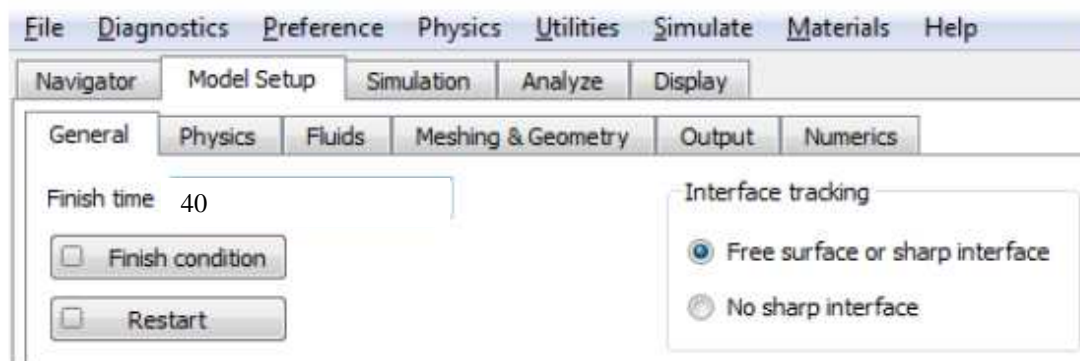
### Zadání výsledného času simulace

I když může být obtížné odhadnout okamžik, kdy je dosaženo rovnovážného stavu, čas ukončení musí být vždy uveden tak, aby program věděl kdy ukončit simulaci.

Dle [FLOW-3D, 2010. Hydraulics Tutoriál] platí pravidlo, které říká, že rozumný čas výpočtu pro systém dynamického proudění za účelem dosažení rovnovážného stavu je 10 až 20 krát „charakteristická časová míra“. „Charakteristická časová míra“ představuje čas, který potřebují „pakety“ (představující kapalinu) na projití systémem. K určení charakteristického času je třeba odhadnout charakteristickou rychlost v modelu.

Charakteristickou rychlost můžeme bez experimentálních nebo simulovaných dat jen odhadovat. Dle [FLOW-3D, 2010. Hydraulics Tutoriál] je rychlost vody

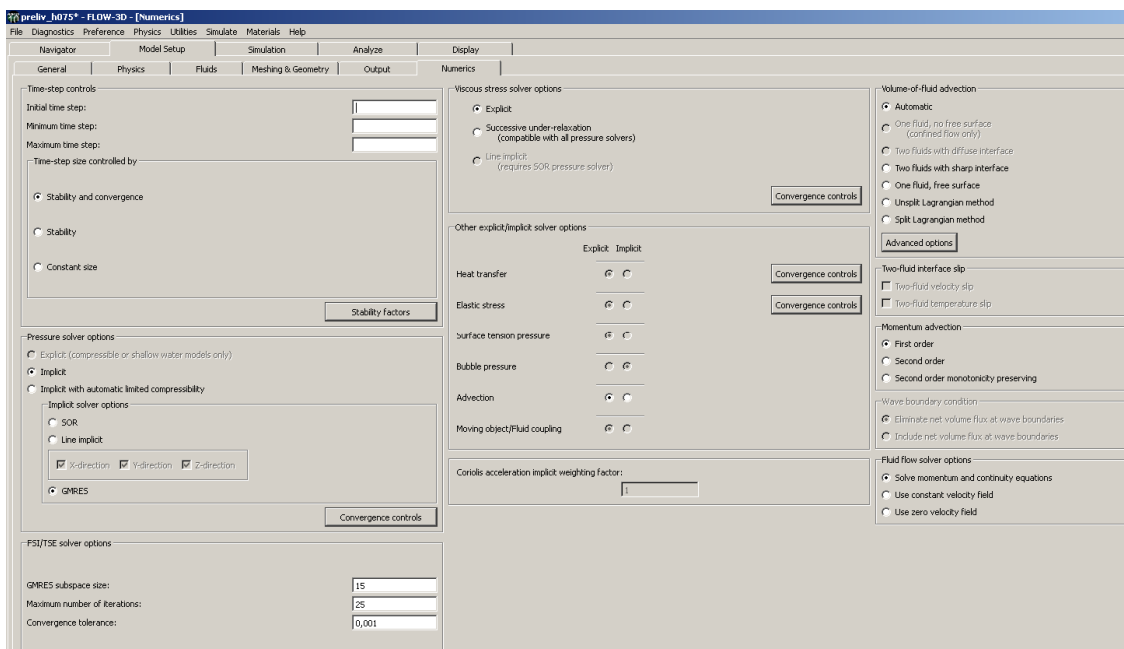
padající pod gravitačním zrychlením na vzdálenost 3,0 m (výška pádu, přelivu)  $\sqrt{2 g h} = 7,67 \text{ m/s}$ . Celková délka modelu je 16,7 m, takže „charakteristická časová míra“ je 2,2 sekundy ( $16,7 / 7,67$ ). 10 až 20 (výběr 18) krát char. časová míra je pak cca 40 sekund ( $2,2 * 18$ ).



**Obr.6.11** Zadání výsledného času simulace [FLOW-3D 2010]

## Numerické možnosti nastavení modelu

Číselné volby umožňují nastavit výpočetní metody, přesnost a toleranci výsledků. Výchozí číselné nastavení funguje ve většině případů, [FLOW-3D, 2010. Hydraulics Tutorial] a tak jsem jej využil i pro vlastní výpočet.



**Obr.6.12** Numerické nastavení modelu [FLOW-3D 2010]

## 6.2.7 Spuštění simulace

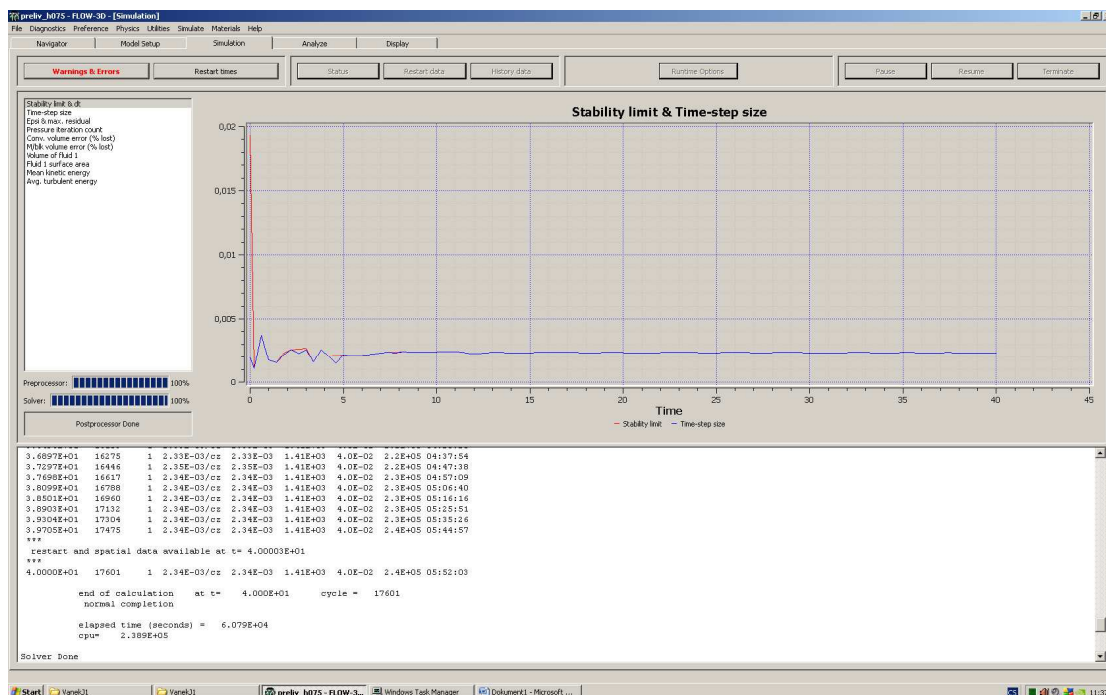
Před spuštěním simulace je vhodné dosavadní práci uložit.

Simulaci spustíme volbou *Simulate* z horního menu a vybereme *Run Simulation* (spustit simulaci).

Rozhraní se automaticky přepne na kartu simulovat.

Preprocesor proběhne celkem rychle a pak začne samotné řešení. Výpočet v mém případě probíhal necelých 15 hodin při plném využití všech 4 procesorů.

Jakmile doběhne simulace, automaticky se spustí post-process (zpracování dat). Jakmile se v dolní části obrazovky zobrazí hlášení "*postprocessor Done*", simulace je dokončena. Výsledkový soubor má velikost 896 MB.



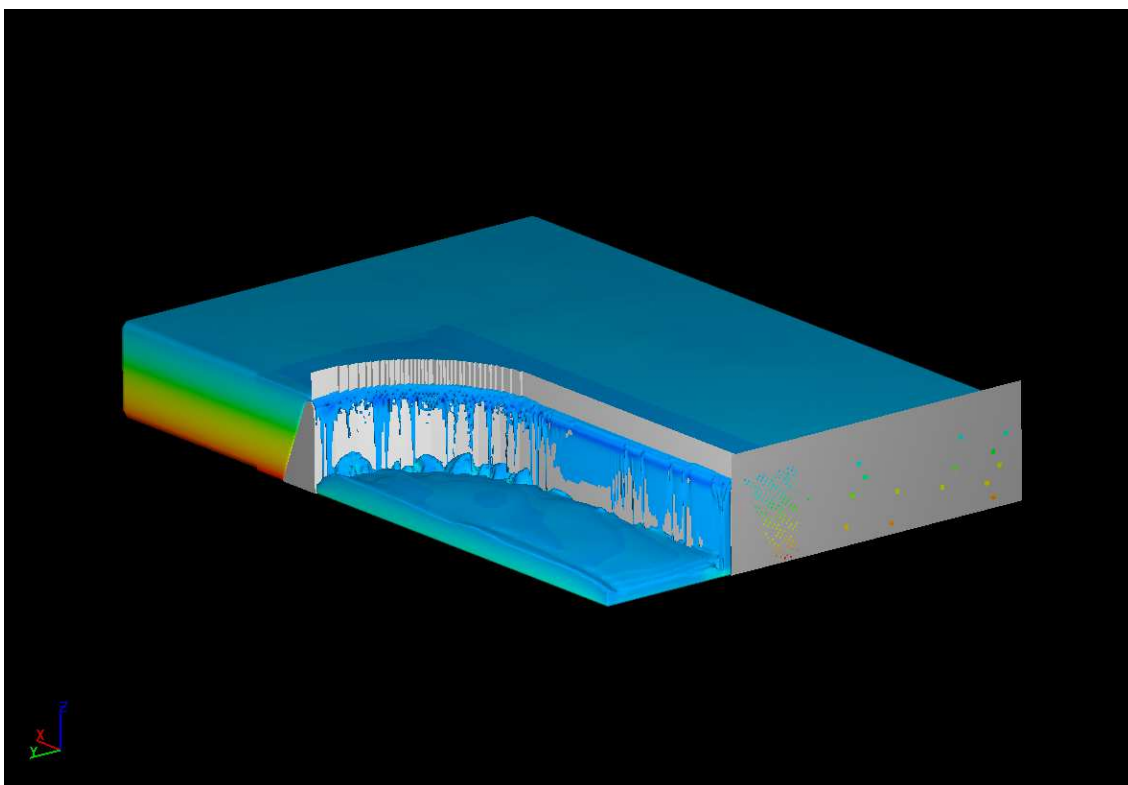
Obr.6.13 Stabilita výpočtu simulace v závislosti na čase [FLOW-3D]

## 6.2.8 Analýza výsledků simulace

První krok je načtení výsledků simulace v záložce *Analyze*, obzvlášť při spouštění více simulací je potřeba dávat pozor na to, které výsledky program načte. Načtené výsledky se zobrazí v záložce *Display*.

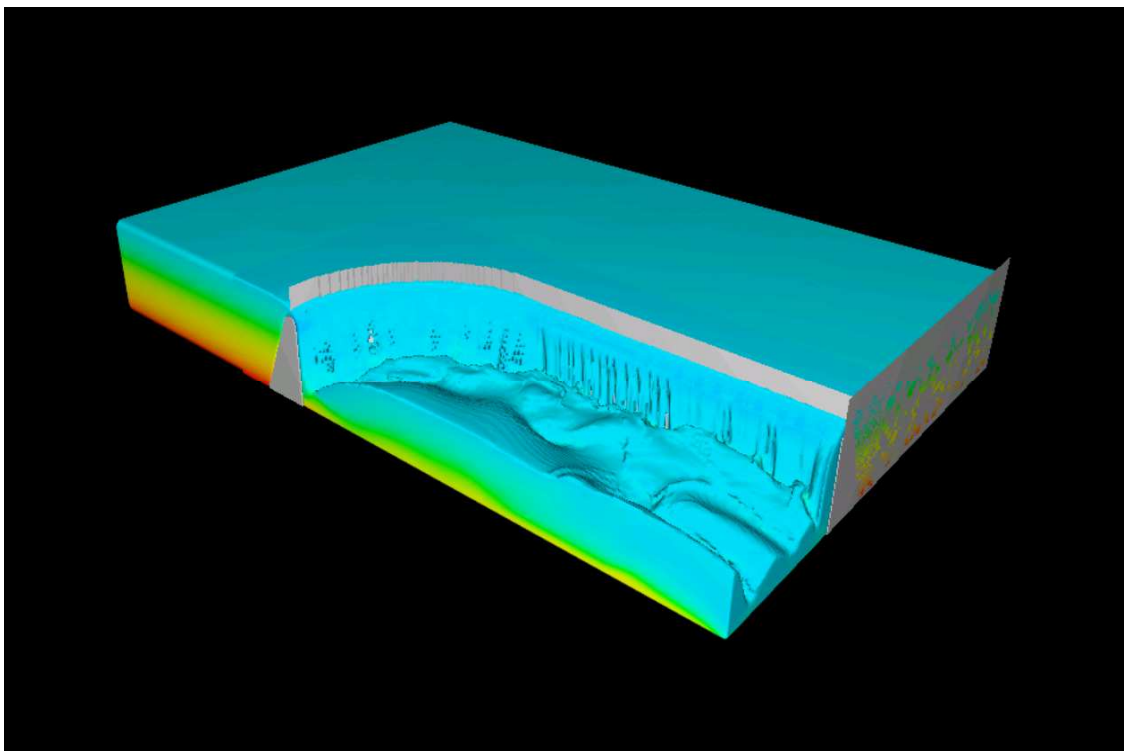
Druhým krokem je vizuální vyhodnocení proběhlé simulace. Zjistíme zejména zda voda proudí modelem, tak jak jsme si představovali, tedy jestli jsme správně nastavili okrajové a počáteční podmínky. Z přepadajícího paprsku můžeme vyhodnotit, zda-li jsme zvolili dostatečnou jemnost dělení,...

**Grafické znázornění proudění při jednotlivých hloubkách vody v nádrži v čase  $t = 40$  sec.**

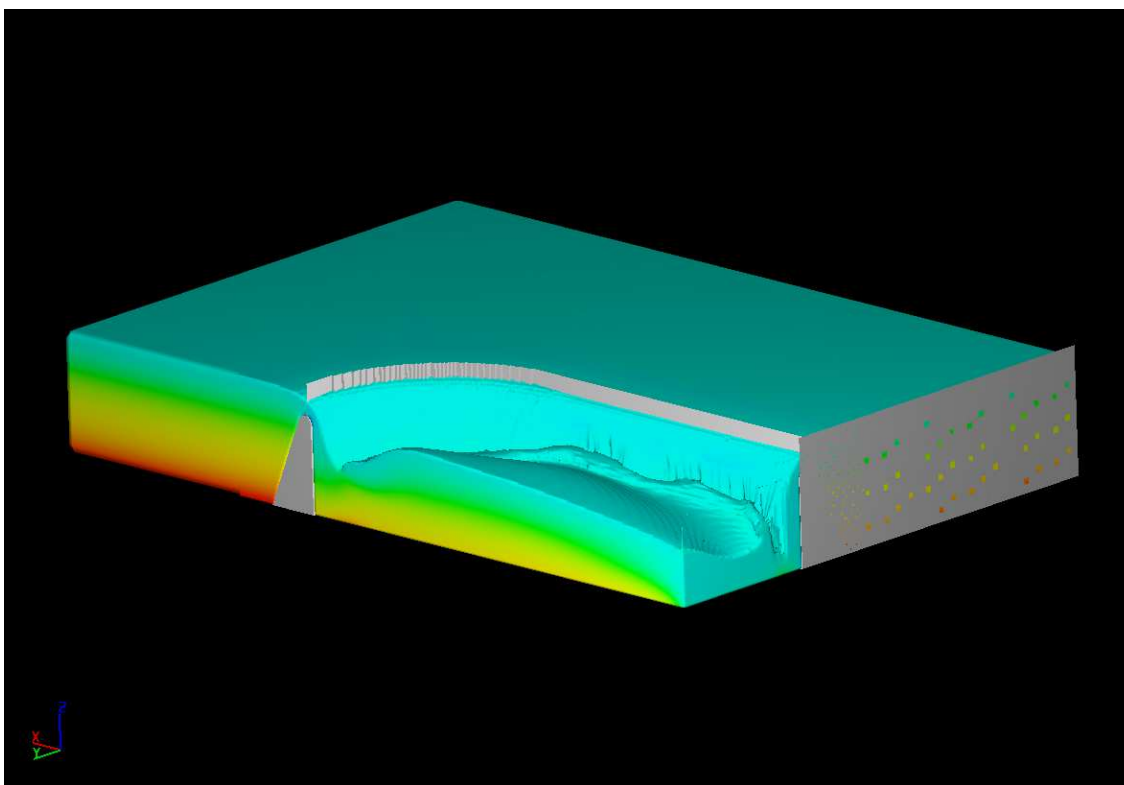


**Obr.6.14** Proudění přes přeliv při  $h_I = 0,25$  m [FLOW-3D]

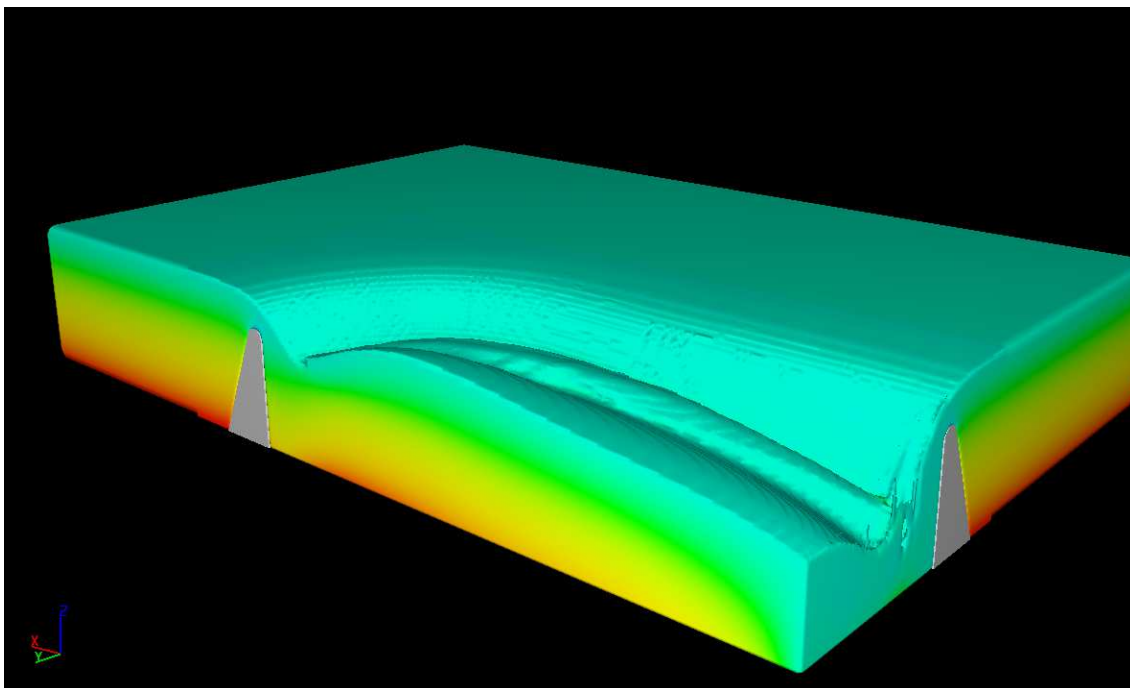
Z výše uvedeného obr 6.14 můžeme pozorovat, že vykreslení přepadajícího paprsku má zásadní nedostatky, neboť není použita dostatečně jemná síť pro vykreslení. (Jemnější dělení jsem nemohl použít, neboť program již nedokázal alokovat potřebné množství paměti počítače)



**Obr.6.15** Proudění přes přeliv při  $h_2 = 0,50$  m [FLOW-3D]



**Obr.6.16** Proudění přes přeliv při  $h_3 = 0,75$  m [FLOW-3D]



**Obr.6.17** Proudění přes přeliv při  $h_d = 1,00$  m [FLOW-3D]

### 6.3 Výpočet součinitele přepadu ze získaných výsledků

Hodnotu průtoku přes přeliv dohledáme v záložce *Analyze – Probe – General history – fluid 1 flow rate*. Před samotným výpočtem bylo třeba definovat profil, přes který chceme průtok měřit. Profil byl definován pomocí stěny *baffle*, která je vidět na obr 6.14 až 6.16, a která má nastavenou absolutní (100%) propustnost.

Součinitel přepadu dopočítáme z rovnice (5.5).

Součinitele přepadu vypočtené z výsledků numerického modelu přepadu přes přeliv porovnávám se součinitele přepadu vypočteném dle rovnice Rehbocka (6.1).

Rehbock, pro výpočet součinitele přepadu u přelivu s kruhově zaoblenou korunou, stanovil na základě rozsáhlých pokusů výraz:

$$m = \frac{2}{3} \left[ 0,312 + 0,09 \frac{h}{s_1} + \sqrt{0,30 - 0,01 \left( 5 - \frac{h}{r} \right)^2} \right], \quad (6.1)$$

kde  $s_1$  je výška přelivu a  $r$  je poloměr kruhového zaoblení.



V tabulce 6.1 udávám srovnání vypočtených součinitelů přepadu a vliv odchylky na kapacitu přelivu.

**Tabulka 6.1** vypočtené hodnoty součinitele přepadu

<b>výška hladiny</b>	<b>průtok</b>	<b>součinitel přepadu m</b>	
<b>h [m]</b>	<b>Q [m<sup>3</sup>/s]</b>	<b>FLOW-3D</b>	<b>Rehbock</b>
0.25	2.81	0.501	0.462
0.50	8.61	0.541	0.524
0.75	16.59	0.568	0.563
1.00	25.16	0.559	0.587

Rozdíl ve výsledcích je v očekávaných hodnotách. Při přepadové výšce 0,75 m dochází téměř k absolutní shodě. Odchylka při nižších přepadových výškách je s největší pravděpodobností způsobena nedostatečnou jemností výpočtového modelu. U přepadové výšky 1,00 metru, dle vizuální kontroly obr 6.17, již dochází k ovlivnění přepadu spodní vodou (hladina ve spadišti dosahuje koruny přelivu).

## 7. Závěrečné zhodnocení

Předložená diplomová práce popisuje využití CFD metod numerického modelování pro stanovení kapacity jak jednodušších čelních přelivů, tak i hydraulicky mnohem složitějších přelivných konstrukcí. Správnost výpočtu byla ověřena prostřednictvím součinitele přepadu. Odchylka numerického modelu od výsledků uváděných v odborné literatuře je do 6%.

Správné ověření výsledků by mělo být realizováno na fyzikálních modelech, které svým rozsahem již nespadá do této práce.

S ohledem na dosažené výsledky, při ověření a stanovení kapacity bezpečnostních objektů na malých vodních dílech, je použití metod numerického modelování vhodným prostředkem. Relativně přesné výsledky jsou dosaženy za mnohem kratší čas, než který je potřebný k fyzikálnímu výzkumu, při vynaložení mnohem nižších finančních nákladů.

Práce pro mne měla i značný osobní přínos. Naučil jsem se modelovat základní úlohy pomocí softwaru FLOW-3D. Celkový strojový čas při výpočtech odhaduji na cca 70 dní. Celkový objem uložených dat na 140 GB.

## 8. Seznam použité literatury:

- [1] BOOR, B., KUNŠTÁTSKÝ, J., PATOČKA, C. 1968. *Hydraulika pro vodohospodářské stavby*, SNTL, Praha.
- [2] FLOW-3D, 2010. *Hydraulics Tutorial - Energy Dissipation in a Drop-Structure Flow*.
- [3] Jandora, J. 2008. *Matematické modelování ve vodním hospodářství*. VUT v Brně.
- [4] Kostka, K. 1951. *Hydraulika*. Technicko-vědecké vydavatelství, Praha.
- [5] Kaleta Lukáš: *Stanovení přepadového součinitele s využitím numerických simulací*. Brno, 2011, diplomová práce, FAST VUT Brno.
- [6] Příhoda, J., Šulc, J., 2011 *Experimentální a numerické modelování turbulentního proudění s rozsáhlým odtržením*, výzkum, FAST VUT Brno - Laboratoř vodohospodářského výzkumu.
- [7] Sládek, A., Příhoda, J., Stanislav, J. 2007 *MODELOVÁNÍ OBTÉKÁNÍ DVOU PRAHŮ V KANÁLU S VOLNOU HLADINOU Colloquium FLUID DYNAMICS 2007* Institute of Thermomechanics AS CR, v. v. i., Prague, October 24 - 26, 2007.
- [8] Kantor Martin: *Hydraulika bezpečnostních přelivů vodních děl za extrémních průtoků*. Praha, 2007, diplomová práce, ČVUT Praha.
- [9] FLOW-3D, 2010. *User Manual, Version 10.0*.
- [10] ANSYS ICEM CFD 11.0, 2007. *Tutorial Manual*.
- [11] WILCOX, D. C. 1994. *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc.
- [12] Kozubková, M. 2008. *Modelování proudění tekutin, FLUENT, CFX*, VŠB – Technická univerzita Ostrava.

### 8.1 Použitý software:

- [1] Microsoft Office 2003 a 2007
- [2] AutoCAD 2008
- [3] Ansys 12.0
- [4] Flow 3D 10.0

## 9. Seznam použitých obrázků:

- Obr.2.1** Ostrohranný přeliv [Jandora, Šulc 2006]
- Obr.2.2** Jezový přeliv s obdélníkovým příčným průřezem [Jandora, Šulc 2006]
- Obr.2.3** Přepad přes širokou korunou [Jandora, Šulc 2006]
- Obr.2.4** Kašnový přeliv [www.obechamr.cz]
- Obr.2.5** Přeliv typu „kachní zobák“ [storm.fsv.cvut.cz/on\_line/hm40/pr\_06.pdf]
- Obr.2.6** Přeliv typu „kachní zobák“ [uhercice-galerie.blog.cz]
- Obr.5.1** Zobrazení nastavených okrajových a počátečních podmínek [ANSYS]
- Obr.5.2** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 0,1$  m [ANSYS]
- Obr.5.3** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 0,3$  m [ANSYS]
- Obr.5.4** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 0,5$  m [ANSYS]
- Obr.5.5** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 1,0$  m [ANSYS]
- Obr.5.6** Proudění přes přeliv, šířka přelivné hrany  $t = 3,0$  m [ANSYS]
- Obr.5.7** Svislicové rozdělení rychlostního pole ve vzdálenosti 3m před přelivem [ANSYS]
- Obr.6.1** Vytvořený model přelivu [AutoCAD 3D]
- Obr.6.2 a 6.3** Rozdělení výpočtové sítě na jednotlivé buňky [FLOW-3D]
- Obr.6.4** Znázornění minimálního množství buňek [FLOW-3D 2010]
- Obr.6.5** Pohled na rozdělení výpočtové sítě [FLOW-3D]
- Obr.6.6** Znázornění nastavených okrajových podmínek [FLOW-3D]
- Obr.6.7** Kontrola načtených hodnot kapaliny [FLOW-3D 2010]
- Obr.6.8** Nastavení hydrostatického tlaku [FLOW-3D 2010]
- Obr.6.9** Správné nastavení gravitačního zrychlení [FLOW-3D 2010]
- Obr.6.10** Výběr výpočetního modelu turbulence [FLOW-3D 2010]
- Obr.6.11** Zadání výsledného času simulace [FLOW-3D 2010]
- Obr.6.12** Numerické nastavení modelu [FLOW-3D 2010]
- Obr.6.13** Stabilita výpočtu simulace v závislosti na čase [FLOW-3D]
- Obr.6.14** Proudění přes přeliv při  $h_1 = 0,25$  m [FLOW-3D]
- Obr.6.15** Proudění přes přeliv při  $h_2 = 0,50$  m [FLOW-3D]
- Obr.6.16** Proudění přes přeliv při  $h_3 = 0,75$  m [FLOW-3D]
- Obr.6.17** Proudění přes přeliv při  $h_4 = 1,00$  m [FLOW-3D]

## 10. Symbolika:

$A$	průtočná plocha	$[m^2];$
$b$	délka přelivné hrany	$[m];$
$c_{\mu}, c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}$	součinitele $k - \varepsilon$ modelu	$[-];$
$E_k$	kinetická energie	$[J];$
$f_i$	složka vektoru objemového zatížení vztaženého na jednotku hmotnosti	$[m/s^2];$
$g$	tíhové zrychlení ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )	$[m/s^2];$
$h$	přepadová výška	$[m];$
$h_0$	energetická přepadová výška	$[m];$
$k$	kinetická energie turbulence vztažená na jednotku hmotnosti	$[J/kg];$
$m$	součinitel přepadu	$[-];$
$p$	tlak	$[Pa];$
$\bar{p}$	střední hodnota tlaku	$[Pa];$
$Q$	průtok	$[m^3/s];$
$r$	poloměr kruhového zaoblení přelivné hrany	$[m];$
$s_l$	převýšení koruny přelivu nad terénem v předpolí	$[m];$
$t$	čas	$[s];$
$t$	šířka přelivné hrany	$[m];$
$u$	bodová rychlost	$[m/s];$
$v$	průřezová rychlost	$[m/s];$
$v_0$	střední svislicová rychlost	$[m/s];$
$v_i$	složka vektoru rychlosti	$[m/s];$
$v'_i$	flukтуаční (pulzační) složka vektoru rychlosti	$[m/s];$
$\bar{v}_i$	střední hodnota složky vektoru rychlosti	$[m/s];$
$\alpha$	Coriolisovo číslo	$[-];$
$\delta_{ij}$	Kroneckerovo delta	$[-];$
$\varepsilon$	disipace kinetické energie turbulence vztažená na jednotku hmotnosti	$[J/kg/s];$

$\mu$	součinitel dynamické viskozity	[Pa.s];
$\mu_t$	součinitel turbulentní viskozity	[Pa.s];
$\rho$	hustota (měrná hmotnost)	[kg/m <sup>3</sup> ];
$\sigma$	povrchové napětí	[N/m];
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	součinitele $k - \varepsilon$ modelu	[-];
$\tau_{ij}^f$	tenzor viskozního napětí	[Pa];
$\tau_{ij}^t$	tenzor Reynoldsových napětí	[Pa].
$i, j, k$	jednotkové vektory v osách $x, y, z$ kartézské soustavy souřadnic;	
$x, y, z$	prostorové souřadnice;	
$\Gamma$	hranice množiny $\Omega$ ;	
$\Omega$	otevřená množina v $\mathbb{R}^d$ .	